

ポジトロニウム消失事象を用いた CHSH不等式の破れの検証

電子光物理学研究センターB4

佐々木舜世、山内豊大、吉本昂生

目次

- ・ イントロダクション
- ・ 原理
- ・ 方法
- ・ 結果
- ・ 考察
- ・ 結論

イントロダクション

量子力学は根本的な理論か

量子力学によると、観測する前に物理量は確定しておらず、その値は確率的にしか予言できない
-> 物理量は**事前に決定している**のではないか？



<局所実在論>

局所性…情報は光速を越えて伝達しない

実在性…観測する前から物理量は確定している = 「隠れた変数」 (未知の決定論的理論) の存在

However …,

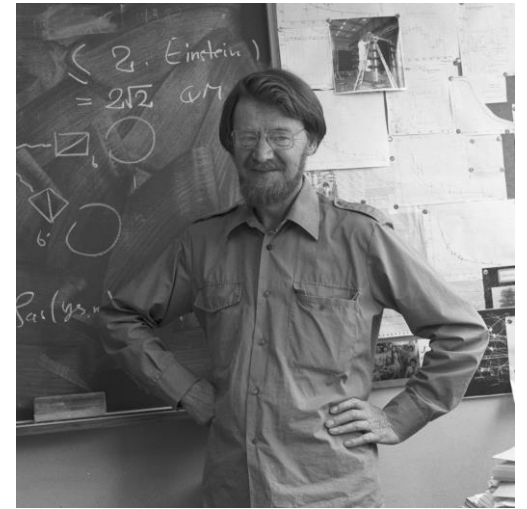


観測する前に存在しているかを確認する方法??

Bell不等式の登場

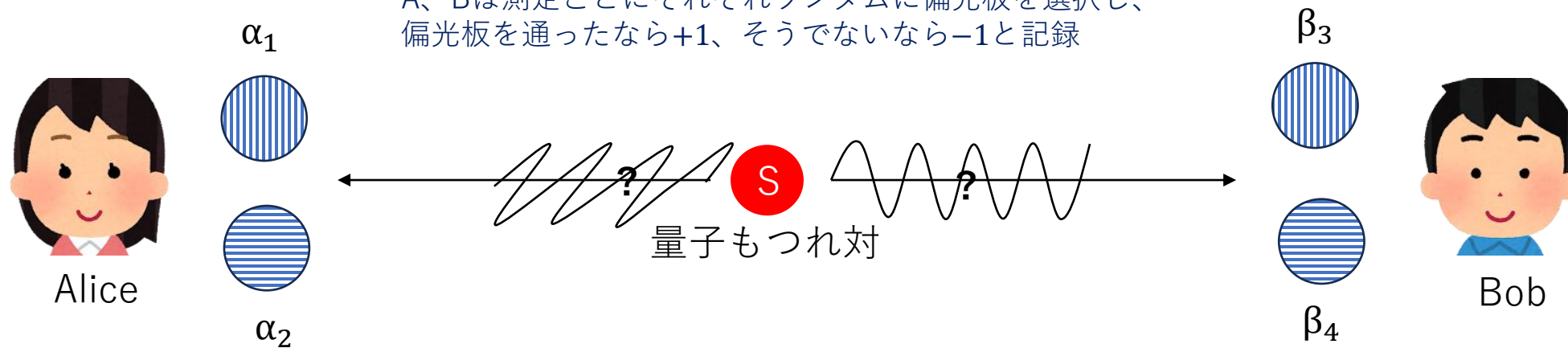
局所実在性が正しいならば満たされるべき不等式

CHSH不等式 … Bell不等式を簡略化したもの



J. S. Bell

A、Bは測定ごとにそれぞれランダムに偏光板を選択し、偏光板を通ったなら+1、そうでないなら-1と記録



< CHSH不等式 >

$$-2 \leq S \leq 2$$

$$(S = \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle + \langle \alpha_2 \beta_3 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_4 \rangle + \langle \alpha_2 \beta_4 \rangle)$$

本実験の目的

<CHSH不等式>

$$-2 \leq S \leq 2$$
$$(S = \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle + \langle \alpha_2 \beta_3 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_4 \rangle + \langle \alpha_2 \beta_4 \rangle)$$

実在論を仮定しない量子力学で計算すると、これを破りうる： $|S| = 2\sqrt{2} > 2$

実際に、実験で不等式が破られていることが確認されている (Aspect, Grangier and Roger 1982[1])

本実験の目的：

CHSH不等式の破れを実験的に確かめて隠れた変数を否定し、量子力学の正当性を確認する

原理

※京大のP1・P2実験[2]を参考

量子力学におけるCHSH不等式の破れ

CHSH不等式と同じセットアップ

測定系が相対的に ϕ 傾いているときのもつれ対の波動関数は

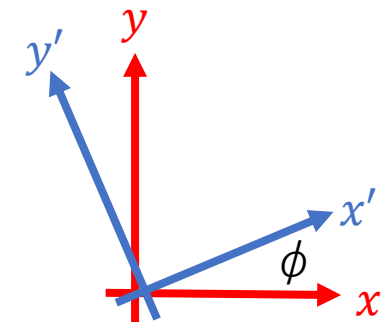
$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \\
 &= \frac{i}{\sqrt{2}} (|yx\rangle - |xy\rangle) \\
 &= \frac{i}{\sqrt{2}} (-|xx'\rangle \sin\phi - |xy'\rangle \cos\phi + |yx'\rangle \cos\phi - |yy'\rangle \sin\phi)
 \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}
 \langle \alpha\beta \rangle &= \langle \psi | \alpha\beta | \psi \rangle \\
 &= \frac{1}{2} (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi - \cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \\
 &= -\cos 2\phi
 \end{aligned}$$

α_1 と α_2 、 β_3 、 β_4 のなす角がそれぞれ $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{\pi}{8}$ 、 $\frac{3}{8}\pi$ のとき、

$$\begin{aligned}
 S &= \langle \alpha_1\beta_3 \rangle + \langle \alpha_2\beta_3 \rangle - \langle \alpha_1\beta_4 \rangle + \langle \alpha_2\beta_4 \rangle \\
 &= -\cos 2\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cos 2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos 2\left(\frac{3}{8}\pi\right) - \cos 2\left(\frac{\pi}{8}\right) = -2\sqrt{2} < -2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 |x\rangle &= |x'\rangle \cos\phi - |y'\rangle \sin\phi \\
 |y\rangle &= |x'\rangle \sin\phi + |y'\rangle \cos\phi
 \end{aligned}$$

CHSH不等式の破れ

実験の方針

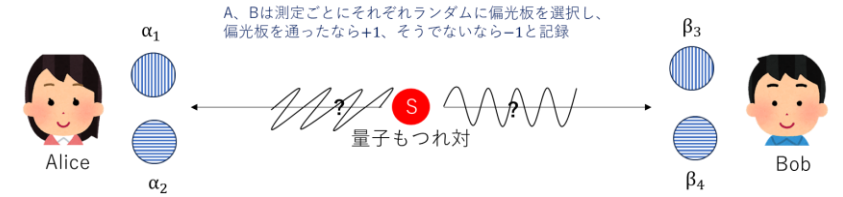
量子力学： $\langle \alpha\beta \rangle = -\cos 2\varphi \rightarrow \langle \alpha\beta \rangle = -\kappa \cos 2\varphi$ と仮定

量子力学が正しい $\rightarrow \kappa = 1$

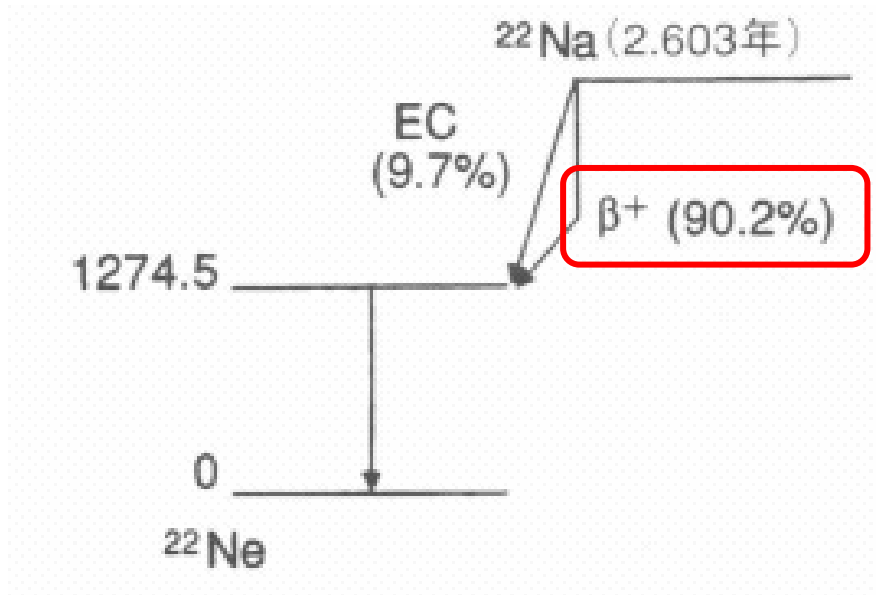
隠れた変数が正しい \rightarrow CHSH不等式を満たさなければならないので、 $\kappa \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ が要請される

\rightarrow 実験によって κ の値を調べる

どうやって相関を見るか

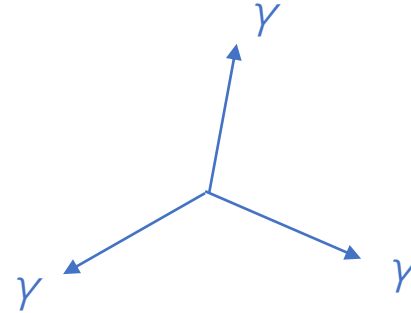


- もつれ対 -> **Na22**を使用



Na22の崩壊

オルソポジトロニウム

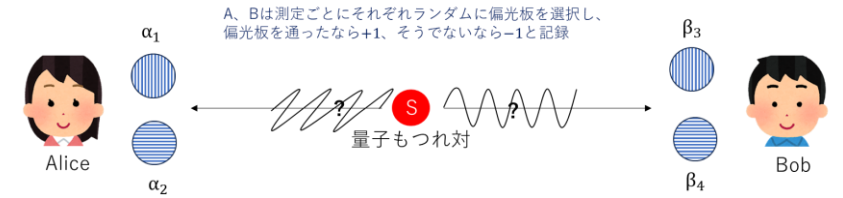


パラポジトロニウム (**entangled!**)



back to backに崩壊

どうやって相関を見るか



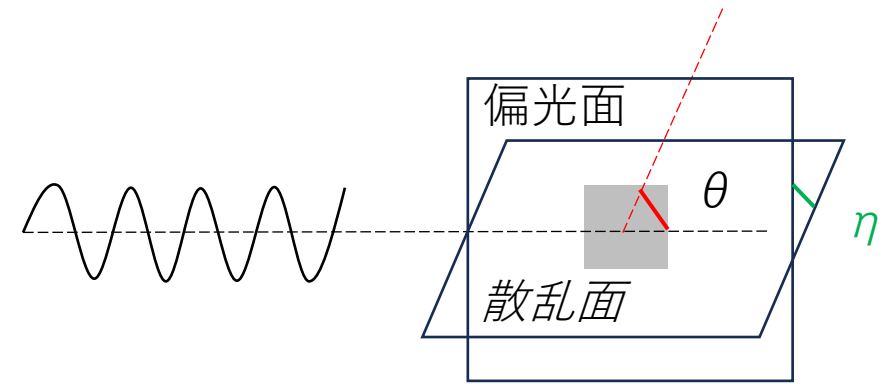
・ どうやってスピン（偏光）を調べるか

→ 511keVの γ は波長が短く（ $\sim pm$ ）直接偏光を調べるのは困難なので、代わりに**散乱断面積の偏光依存性（Klein - 仁科の式）**を利用する：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (\gamma - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta)$$

r_e 古典電子半径

$\gamma = \frac{k_0}{k} + \frac{k}{k_0}$ (k_0 : 入射 γ の波数、 k : 散乱 γ の波数)

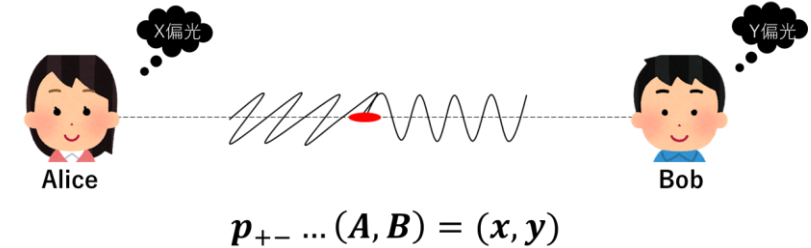


θ : 散乱角

η : 偏光面と散乱面のなす角

観測量への落とし込み

- それぞれの重ね合わせ状態をとる確率を求める



① 確率の規格化条件：

$$p_{++} + p_{+-} + p_{-+} + p_{--} = 1 \quad \rightarrow \quad 2p_{++} + 2p_{+-} = 1$$

A、Bの測定系の二次元回転対称性より等しい

A、Bの入れ替え対称性より等しい

② 期待値：

$$\langle \alpha\beta \rangle = +1 \cdot p_{++} + (-1) \cdot p_{+-} + (-1) \cdot p_{-+} + (+1) \cdot p_{--} = 2p_{++} - 2p_{+-} = -\kappa \cos 2\varphi$$

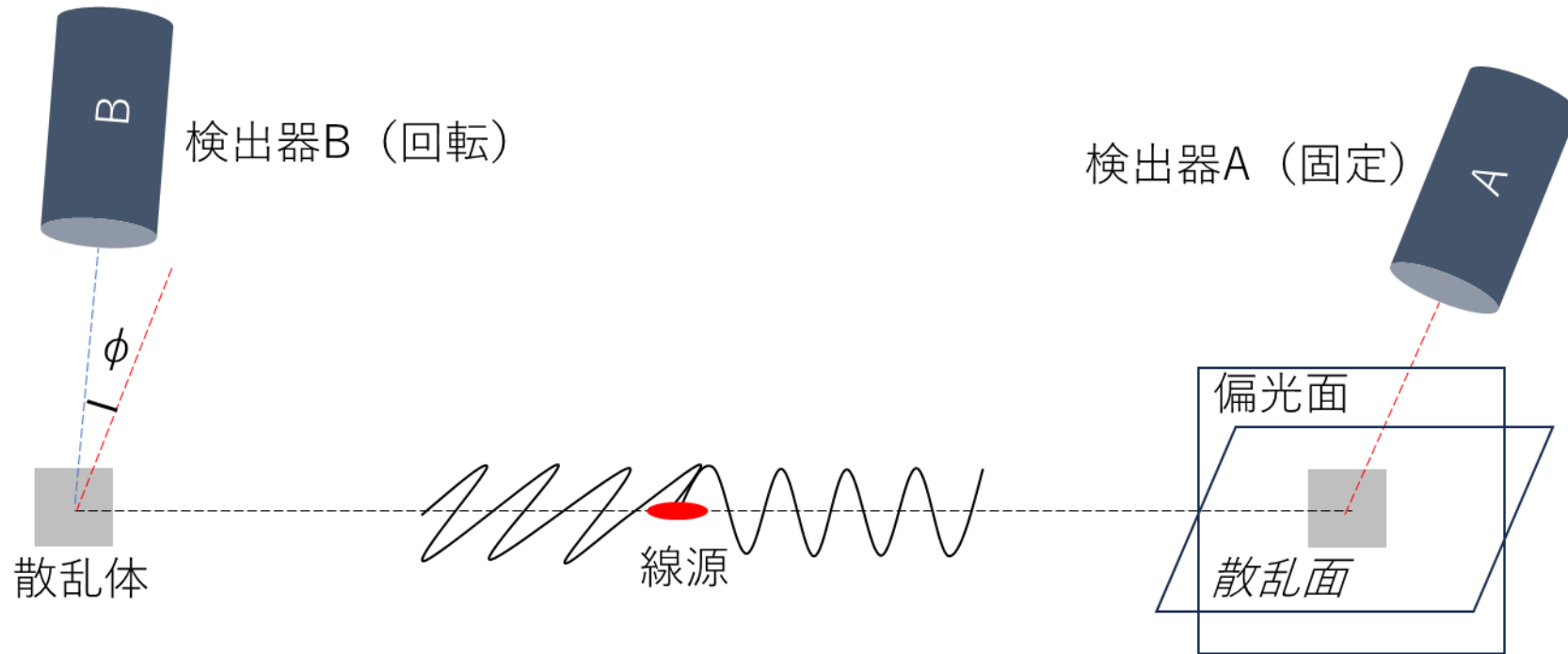
①、②を解いて、下表のように整理できる：

P	$\beta = +1$	$\beta = -1$
$\alpha = +1$	$\frac{1 - \kappa \cos 2\varphi}{4}$	$\frac{1 + \kappa \cos 2\varphi}{4}$
$\alpha = -1$	$\frac{1 + \kappa \cos 2\varphi}{4}$	$\frac{1 - \kappa \cos 2\varphi}{4}$

観測量への落とし込み

測定系が ϕ 傾いた二つの検出器における同時検出確率 $P(\varphi)$ を考える ($\theta = 90^\circ$ とする) :

$$P(\varphi) = p_{++}\sigma_+\sigma_+ + p_{+-}\sigma_+\sigma_- + p_{-+}\sigma_-\sigma_+ + p_{--}\sigma_-\sigma_- \propto (\gamma - 1)^2 - \kappa \cos 2\varphi$$



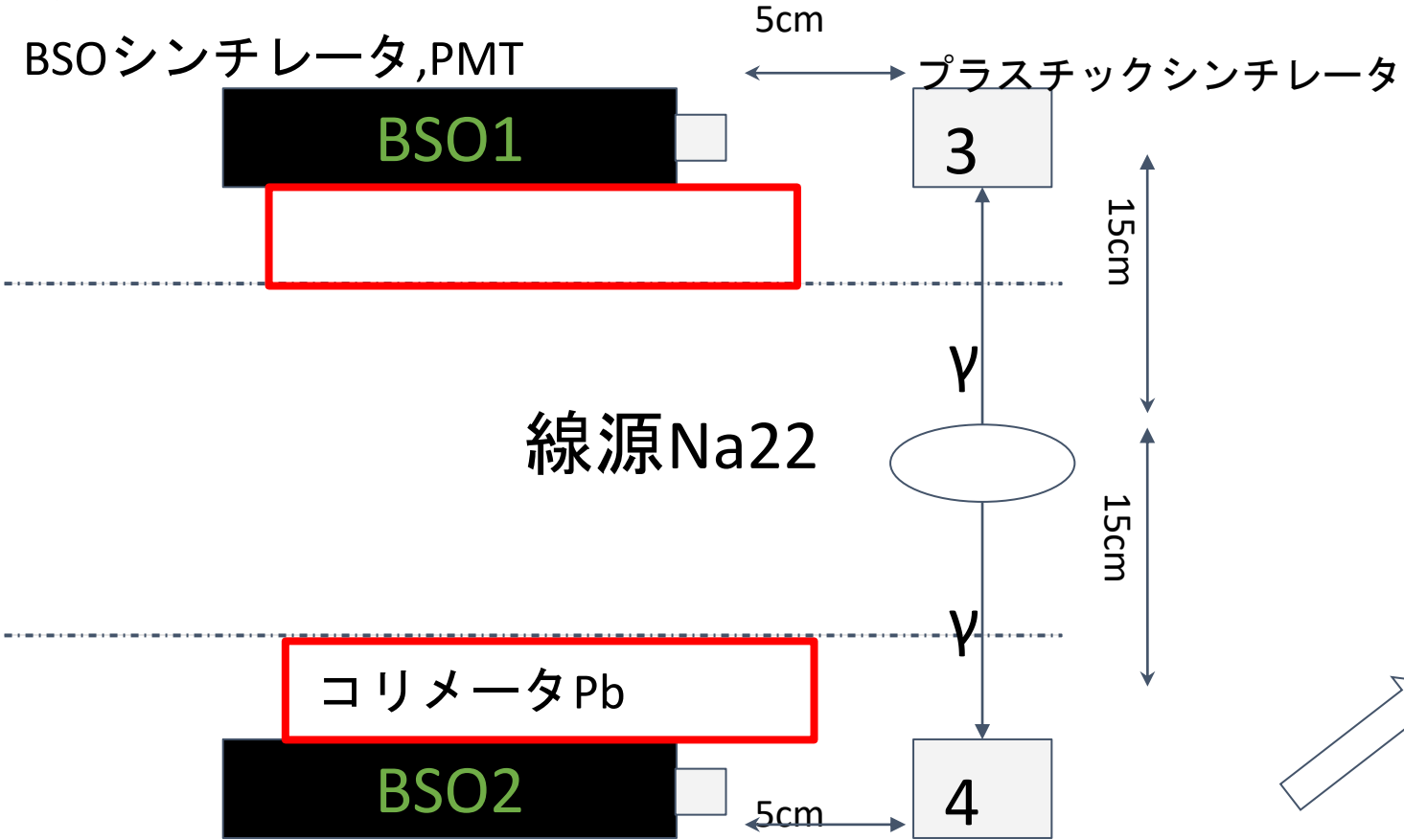
$$\gamma = \frac{k_0}{k} + \frac{k}{k_0} = \frac{5}{2}$$

実験で得られる同時イベント数 $N(\varphi) = A - B \cos 2\varphi$ と比較して、 $\kappa = \frac{B}{A} (\gamma - 1)^2 = \frac{9}{4} \frac{B}{A}$

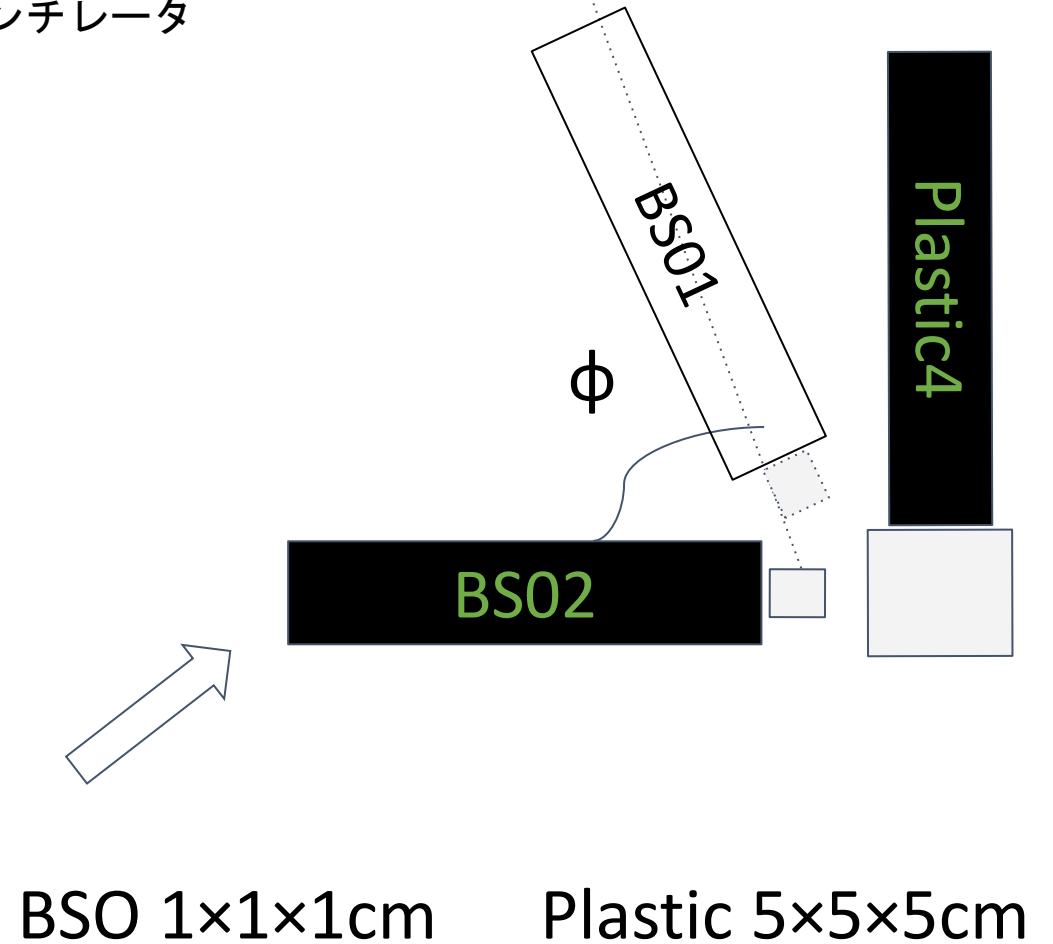
方法

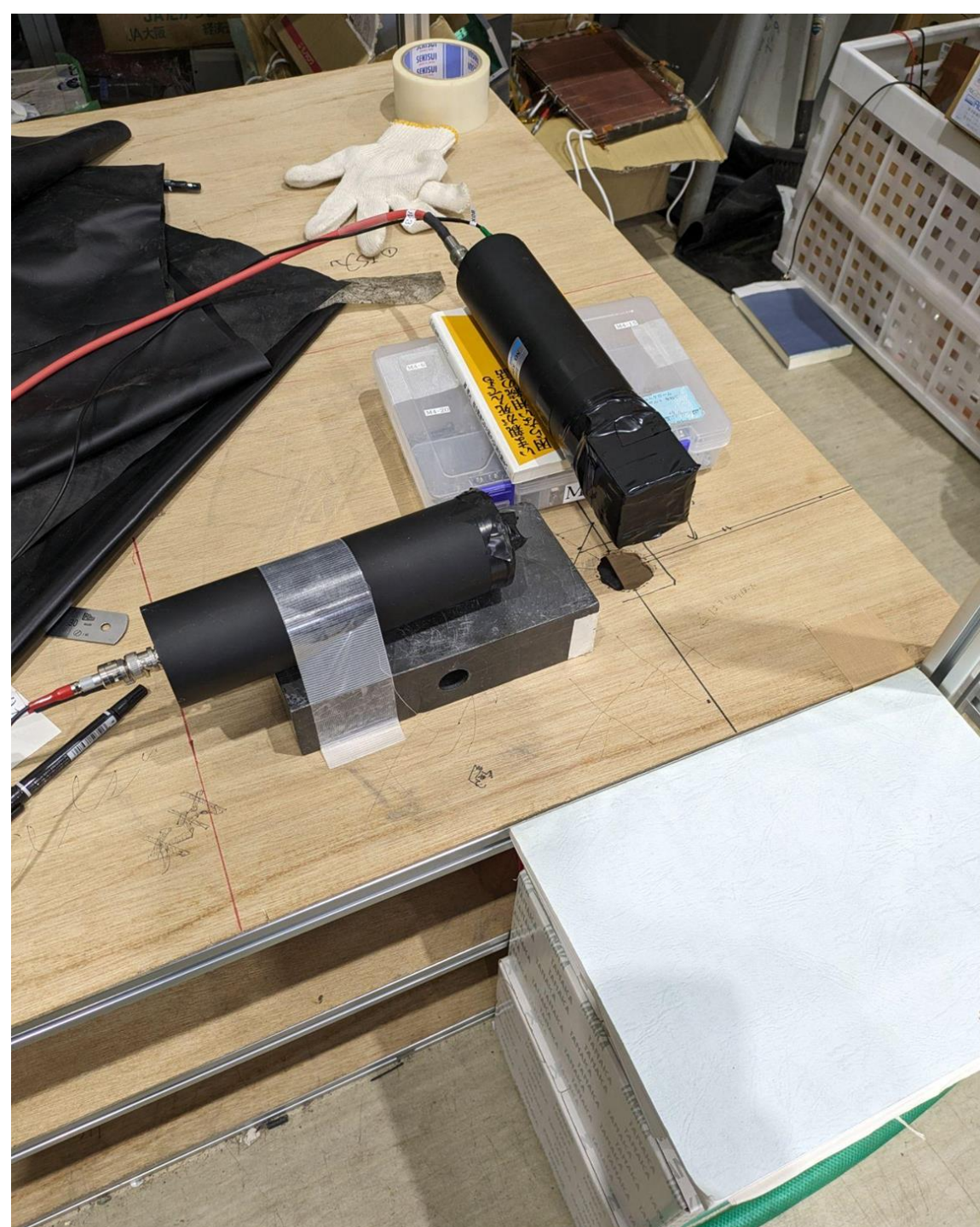
測定方法

側面図

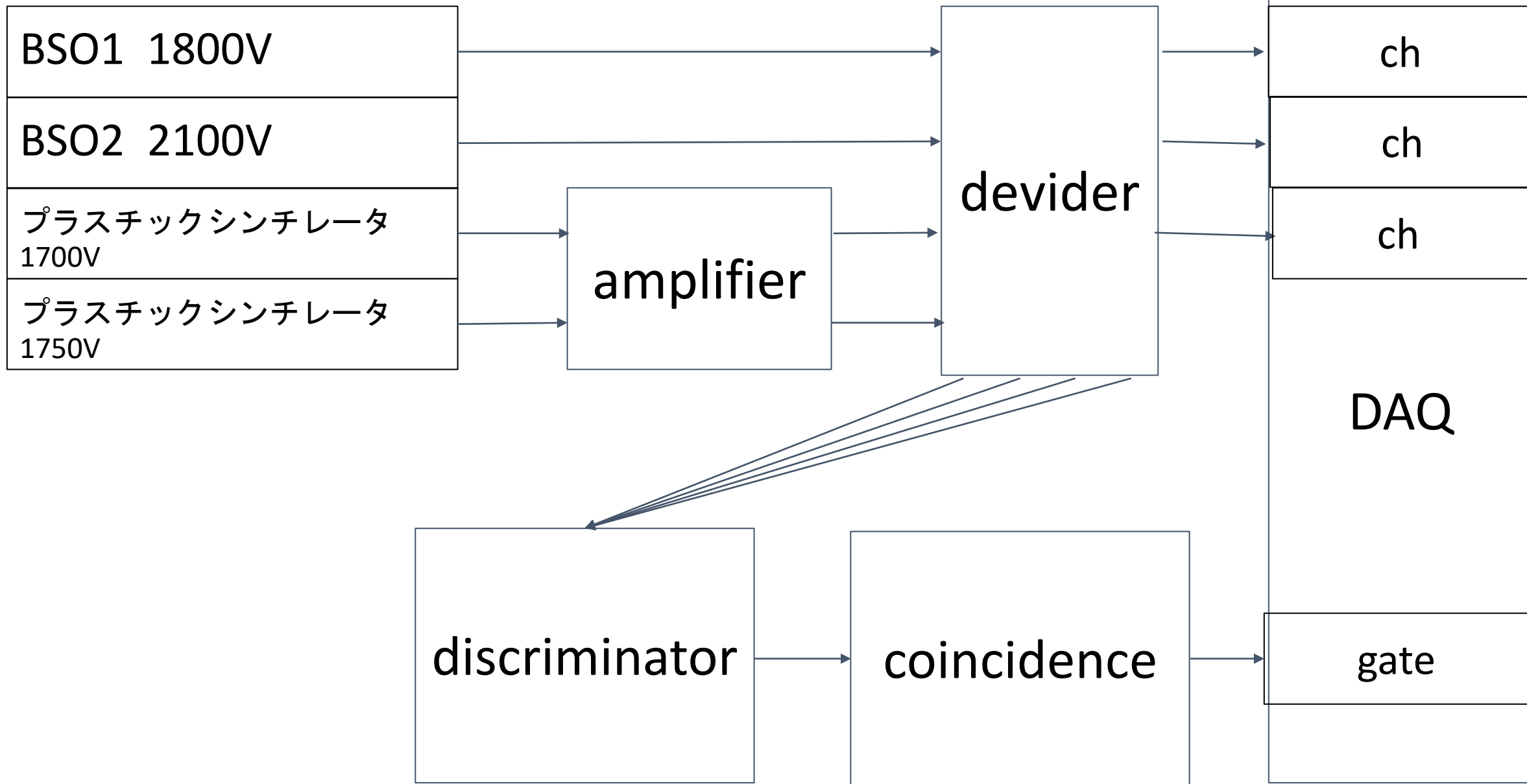


平面図





測定方法

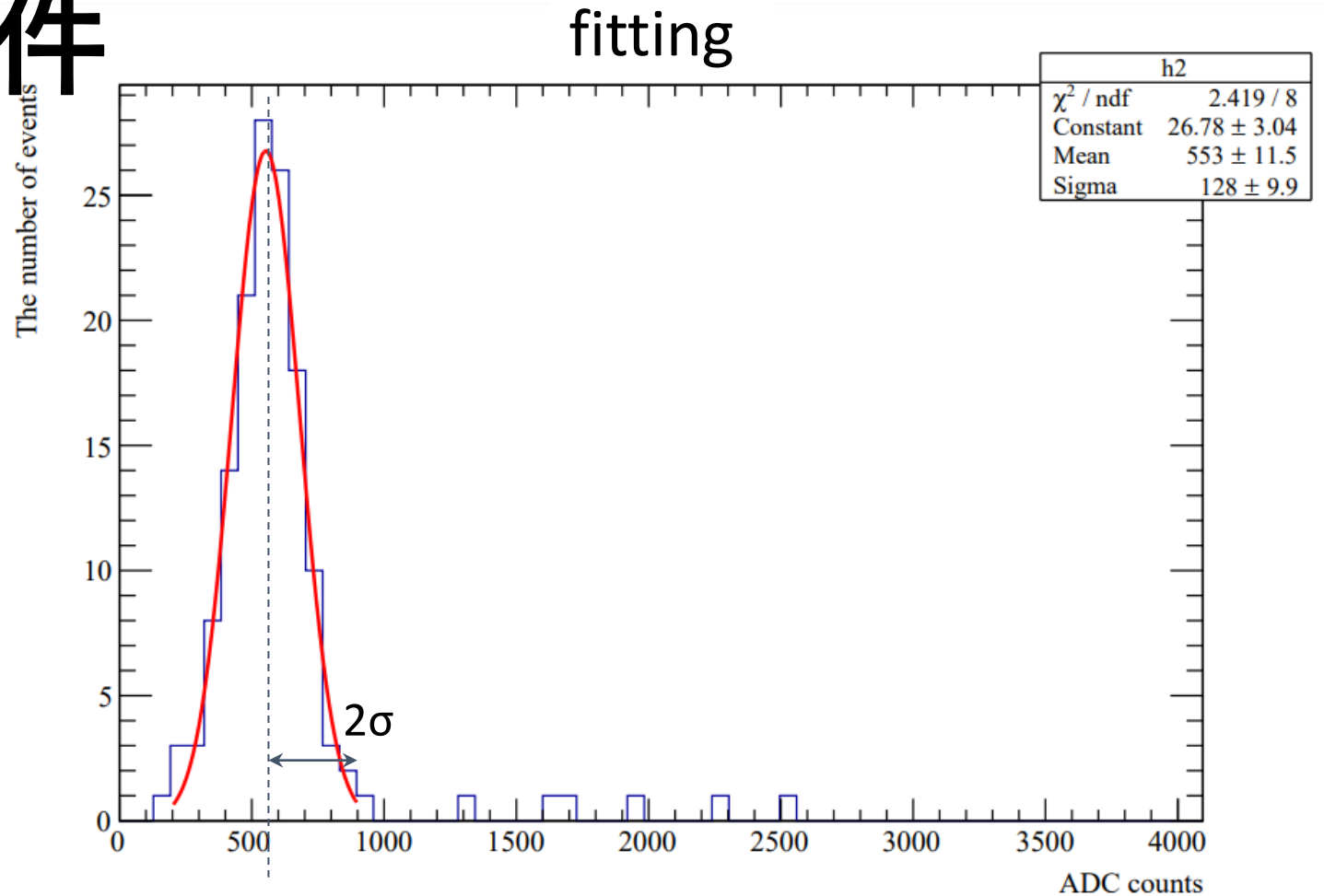
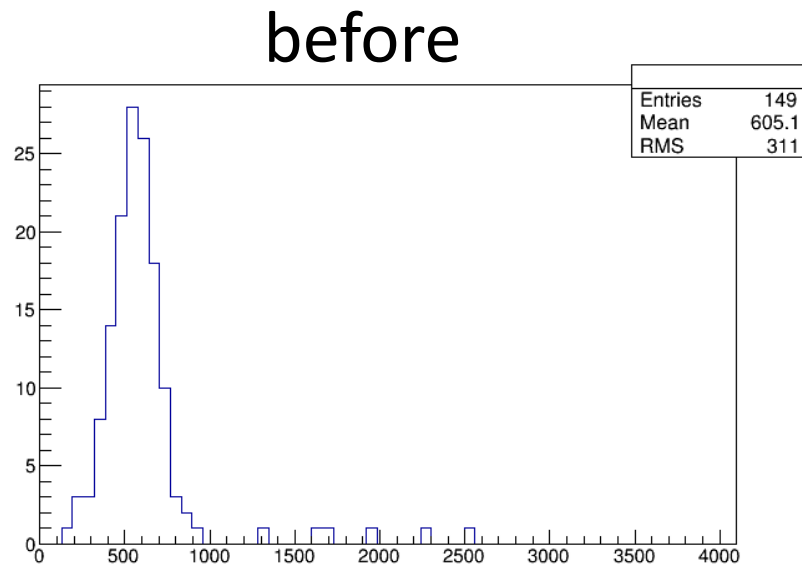


測定の詳細

- ・ 本測定の測定期間
-> 2024/3の約3週間にわたって測定。
- ・ 測定点、測定時間
-> ϕ は30度刻みで $-30^\circ \sim 120^\circ$ まで、各点あたり ~ 24 時間測定し、結果は一時間あたりに規格化して解析。
- ・ 解析方法
-> 4coincidenceの下で得られた信号のうち、BSOとplaの信号から次のようなカットを行った。

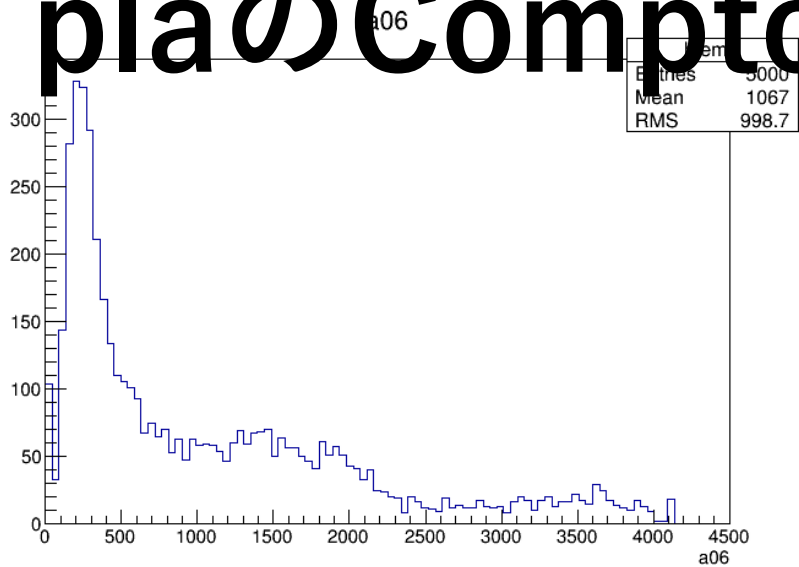
4coincidenceによるコンプトン散乱の信号の測定

BSOのカット条件

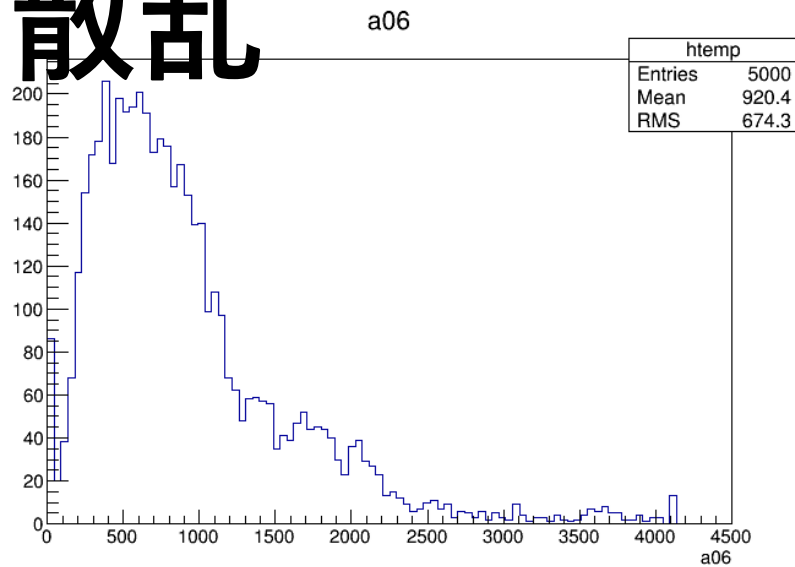


あるchのピークに対して
gauss fittingを行って 2σ を導出、
2つの 2σ の範囲のイベント数Nを
BSOの有効イベント数として計測する。

plaのCompton散乱

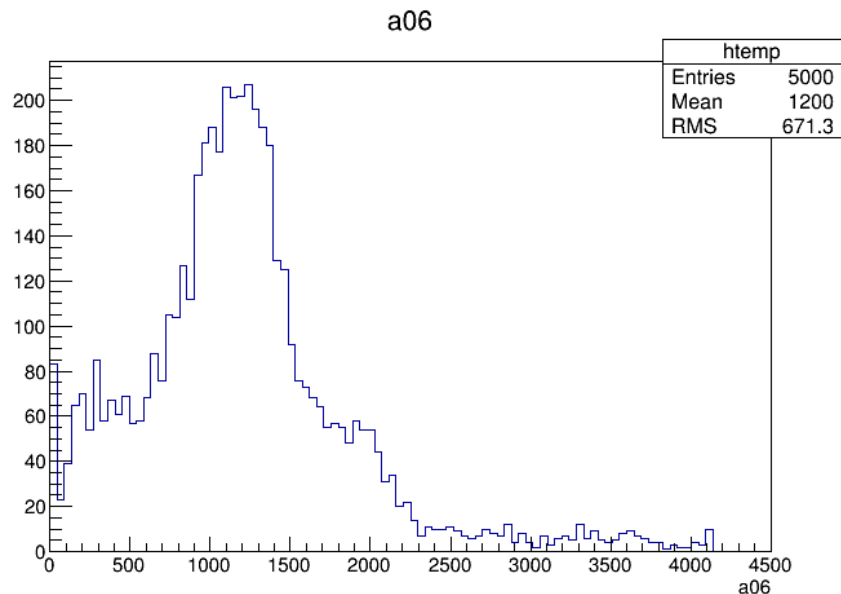


散乱角0

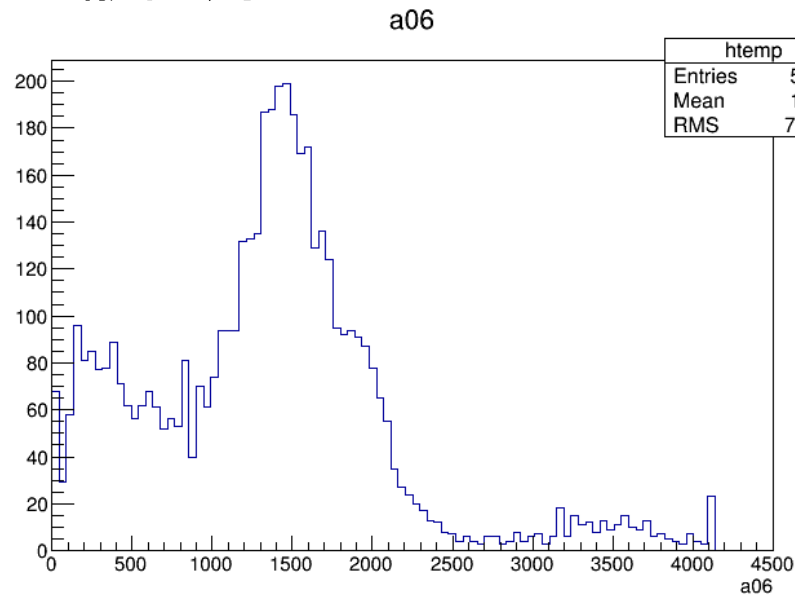


散乱角30

Compton peakが移動しているのが分かる



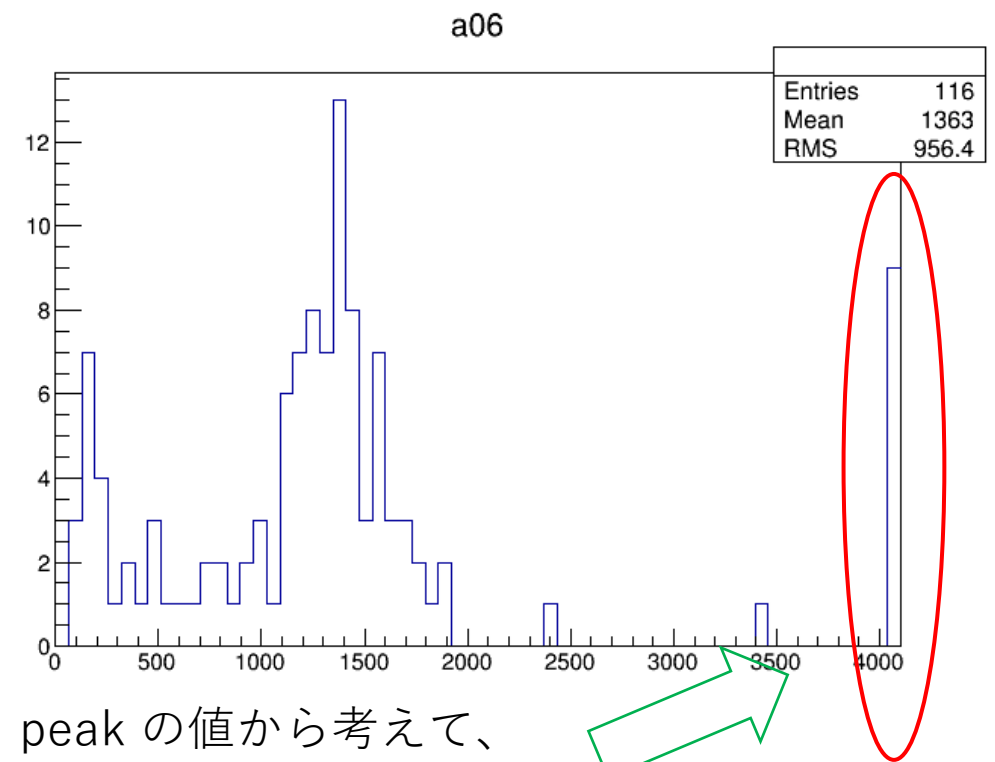
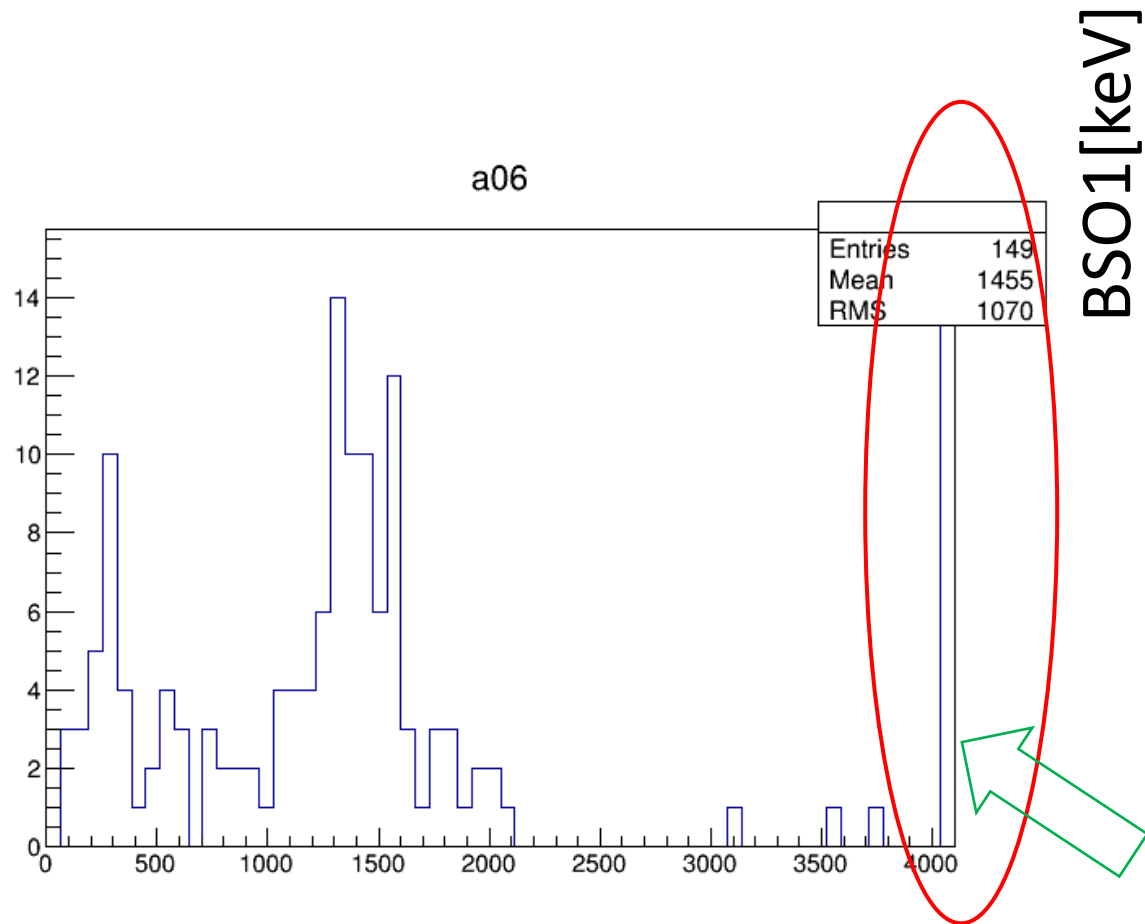
散乱角60



散乱角90

BSOのイベント数のうちプラスチックシンチレータに表れる、コンプトン散乱由来の信号のイベントを取り出す

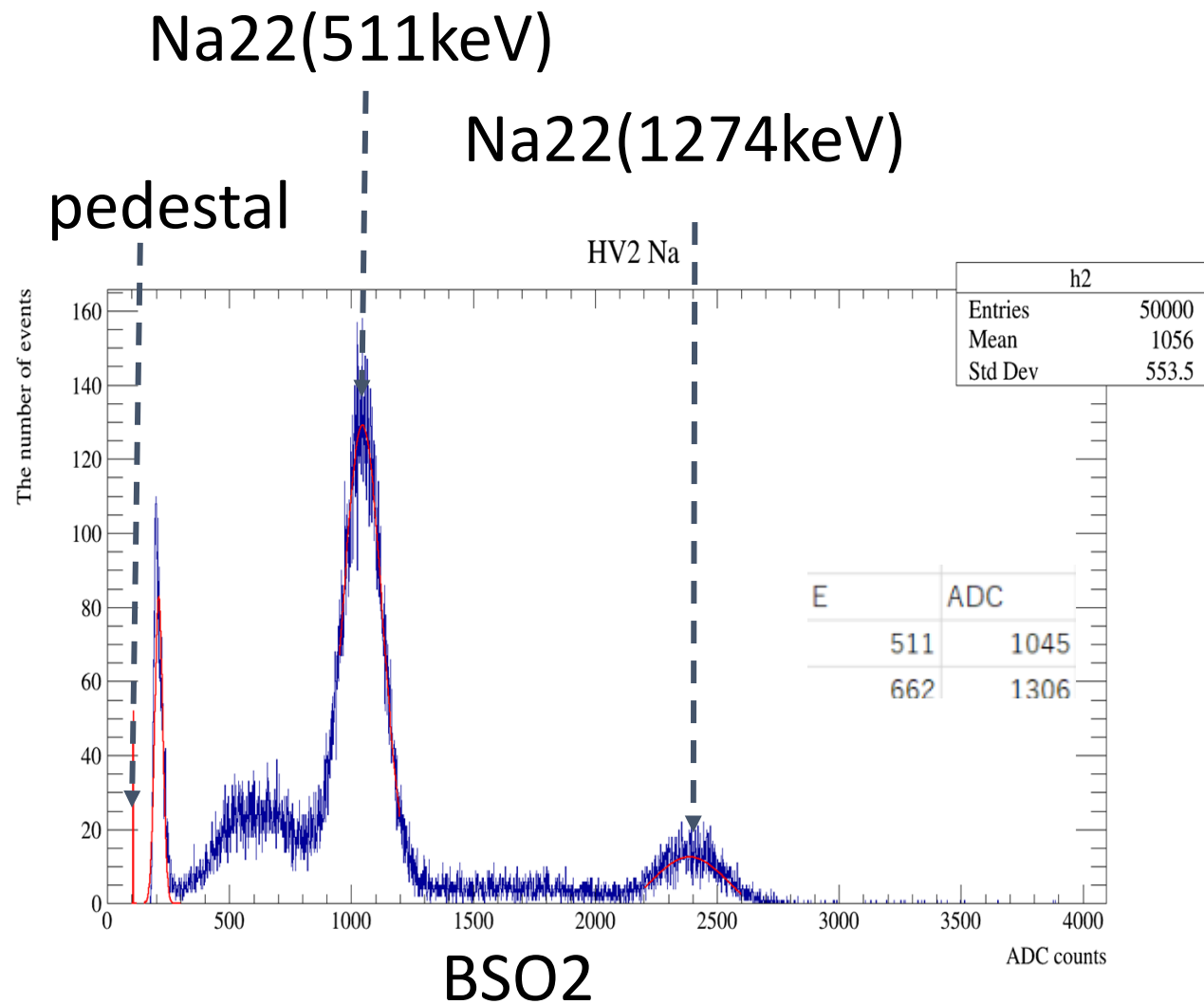
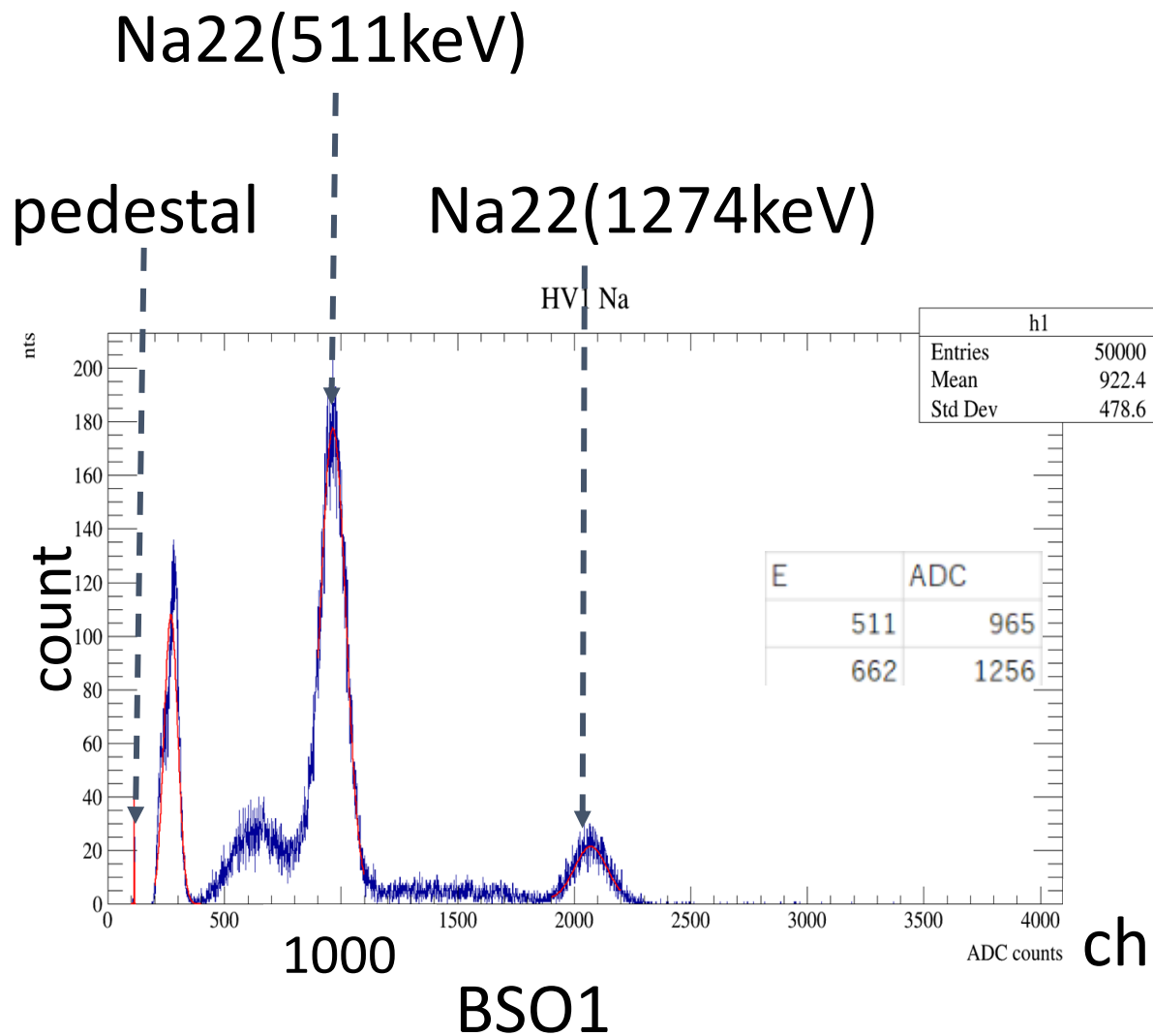
30° 4coinciのplaの生信号 30°



Compton peak の値から考えて、
4coinci信号とは考えられない
-> “< 4090” というカットをかけた

結果

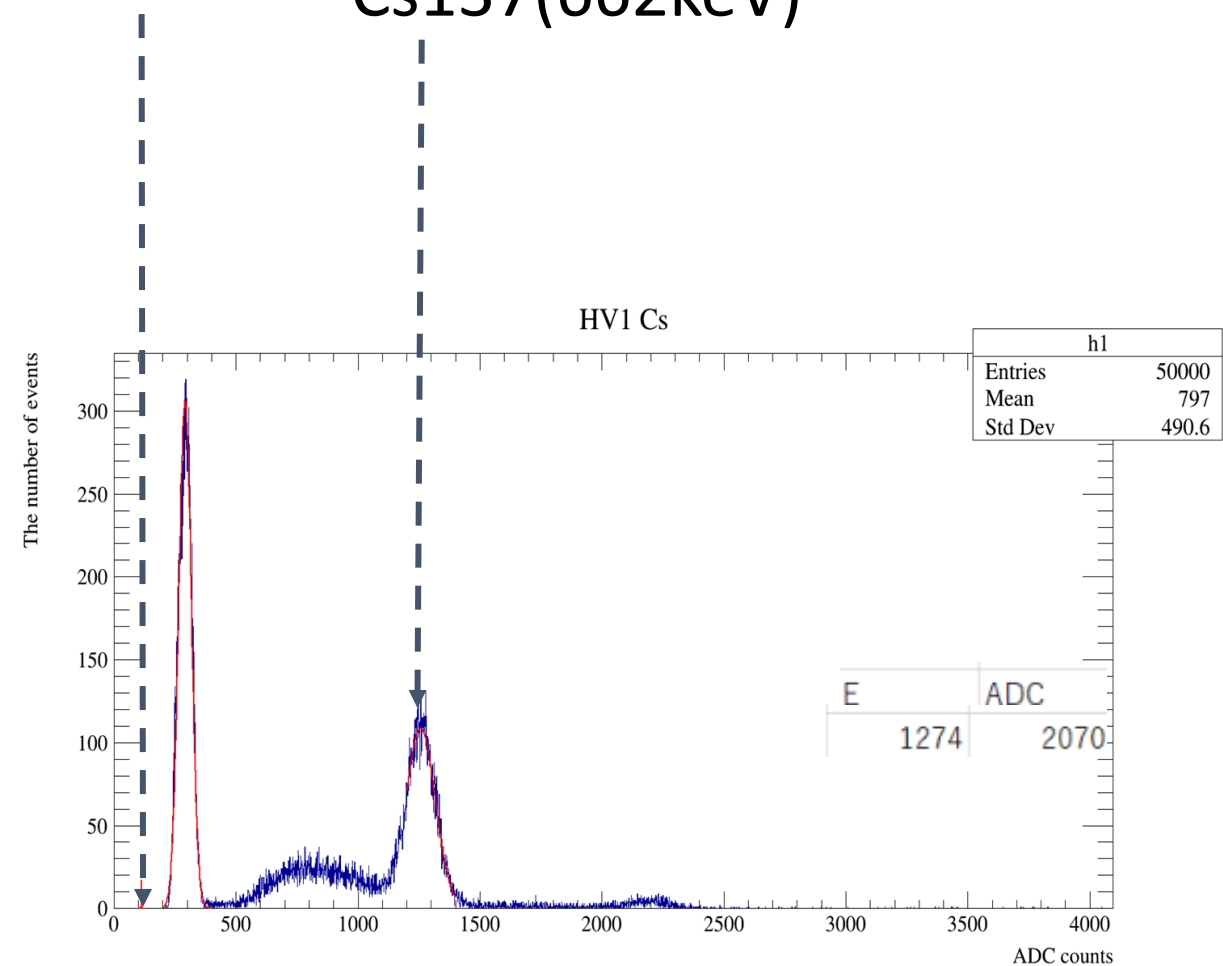
Na22のsingle coincidenceの信号



Cs137のsingle coincidenceの信号

pedestal

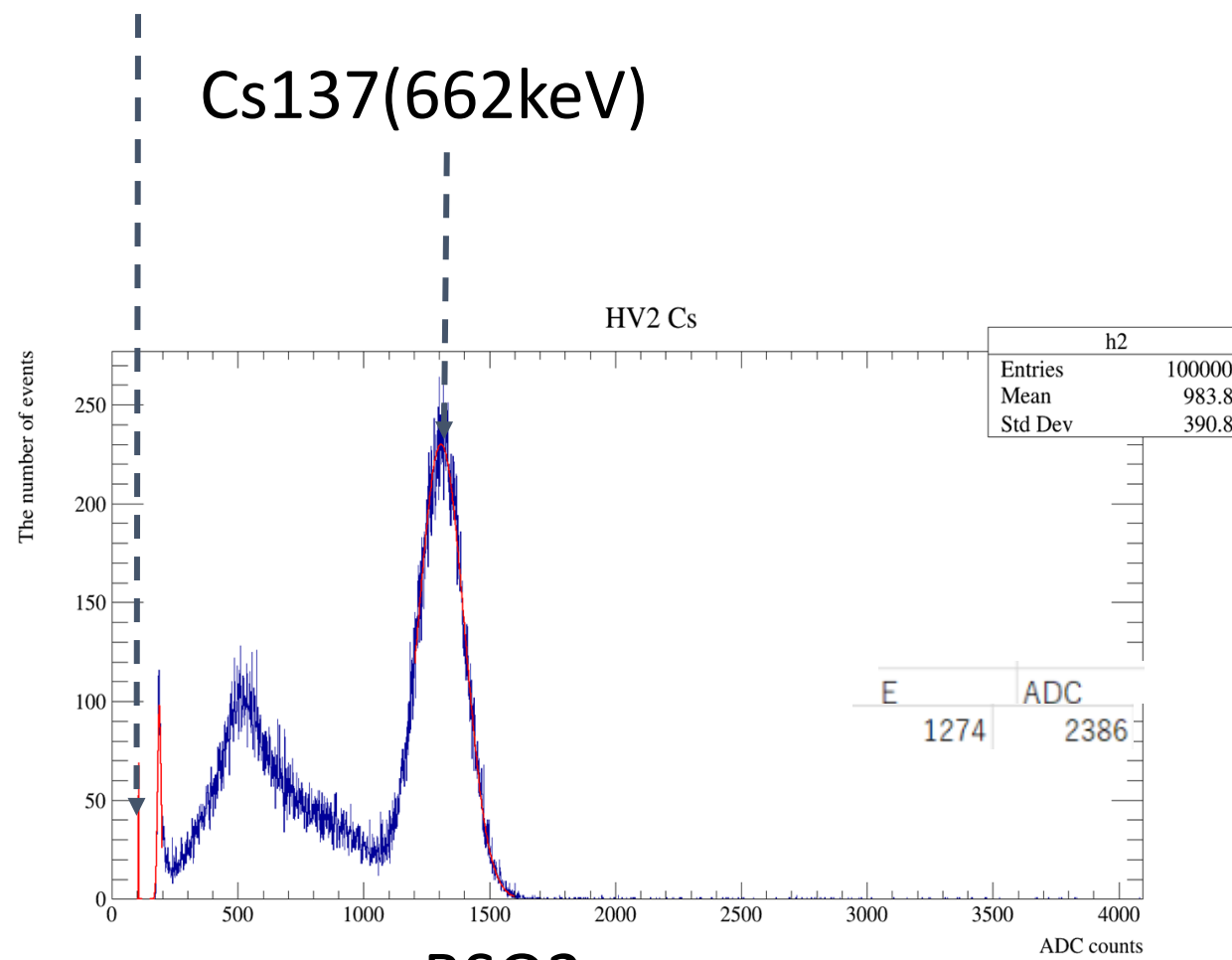
Cs137(662keV)



BSO1

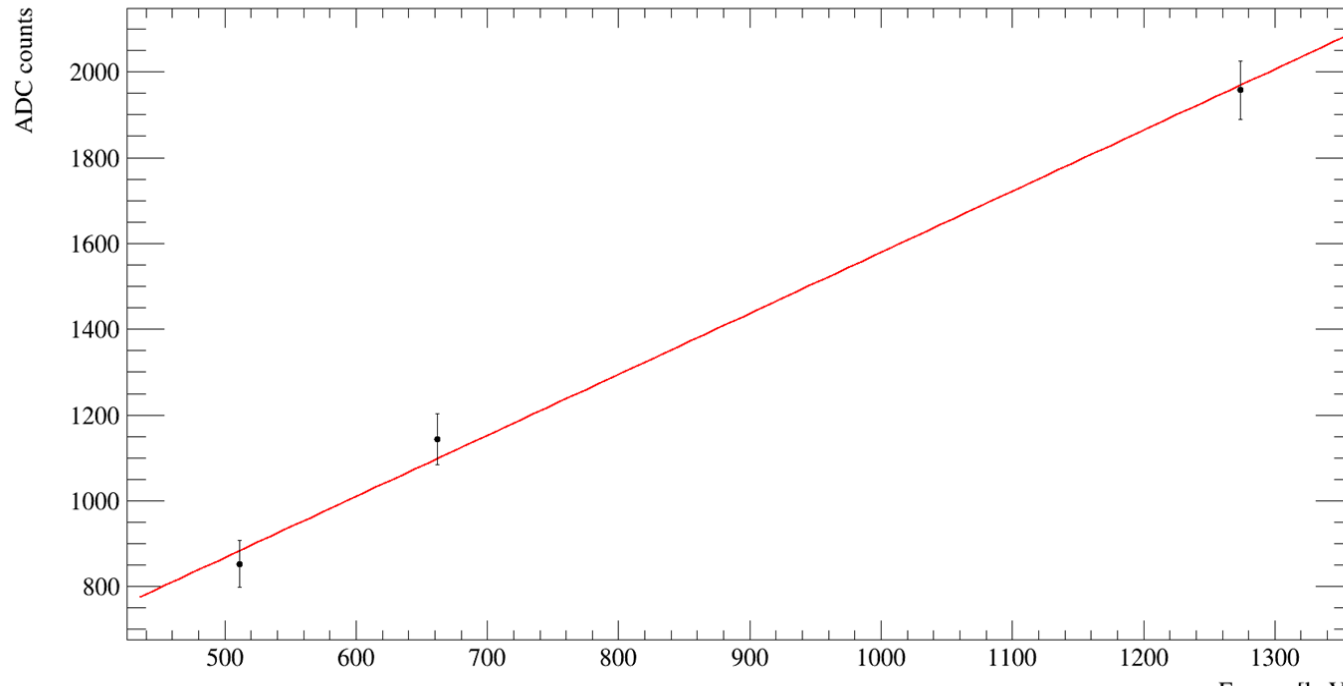
pedestal

Cs137(662keV)



BSO2

HV1 calibraton



Calibration

calibrationの結果

BSO1 ch数

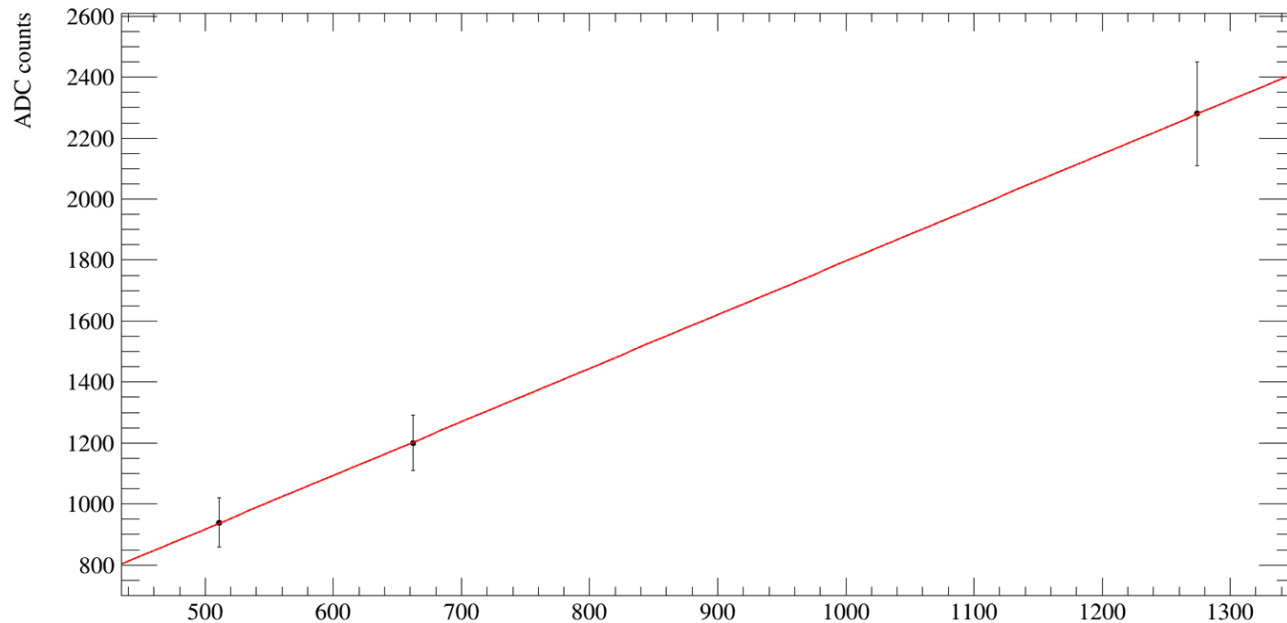
$$=1.42 \times \text{energy}(\text{keV}) + 156 + 112(\text{pedestal})$$

BSO2 ch数

$$=1.75 \times \text{energy}(\text{keV}) + 39 + 106(\text{pedestal})$$

コンプトン散乱のエネルギー250keV
=> 大体500chあたりに表れるはず

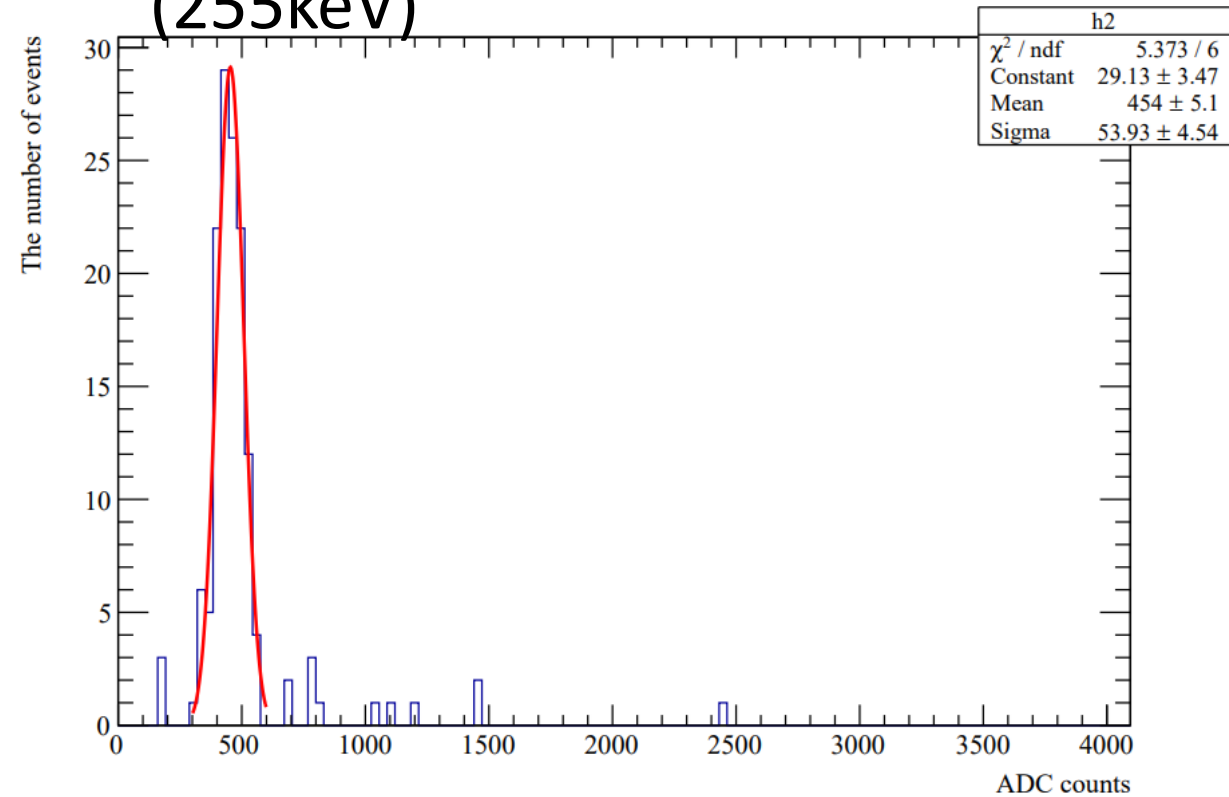
HV2 calibration



4coincidenceによるコンプトン散乱の測定

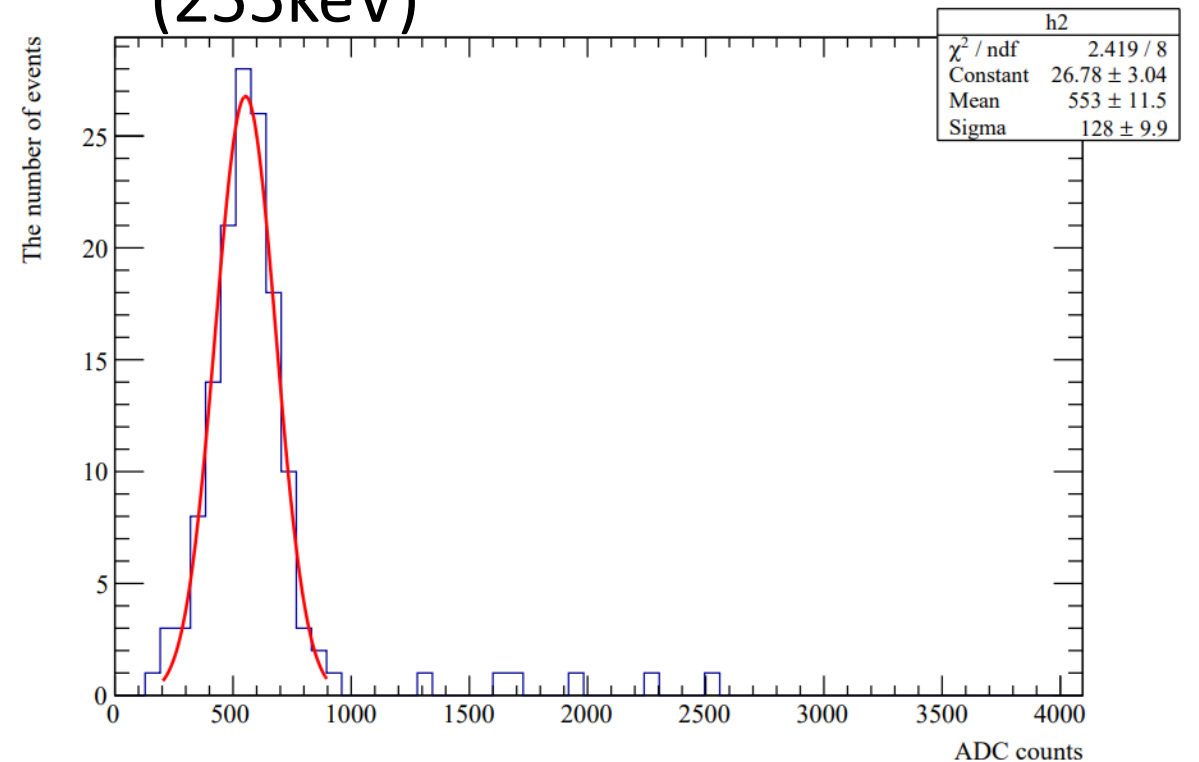
compton
(255keV)

BSO1

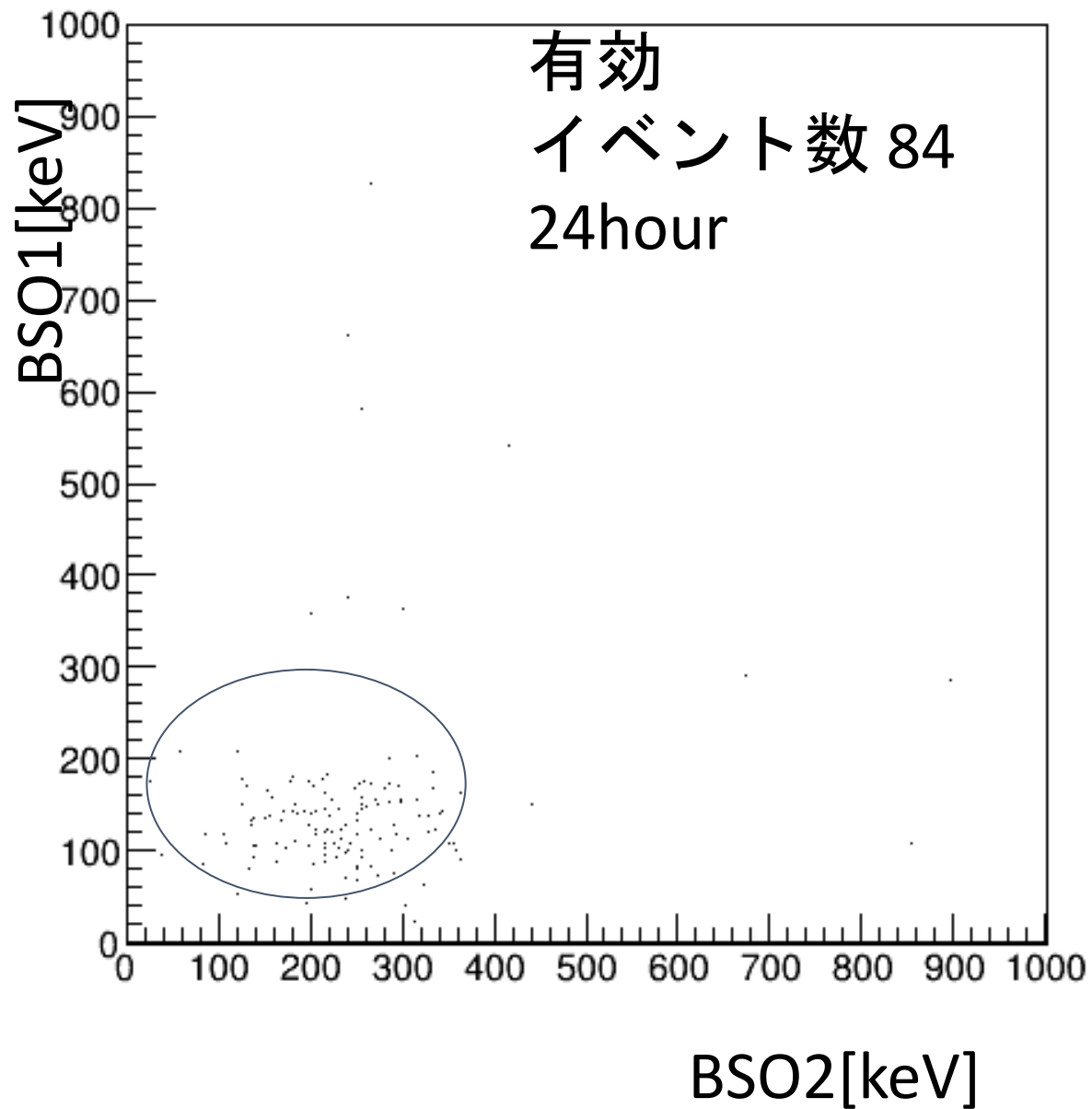


compton
(255keV)

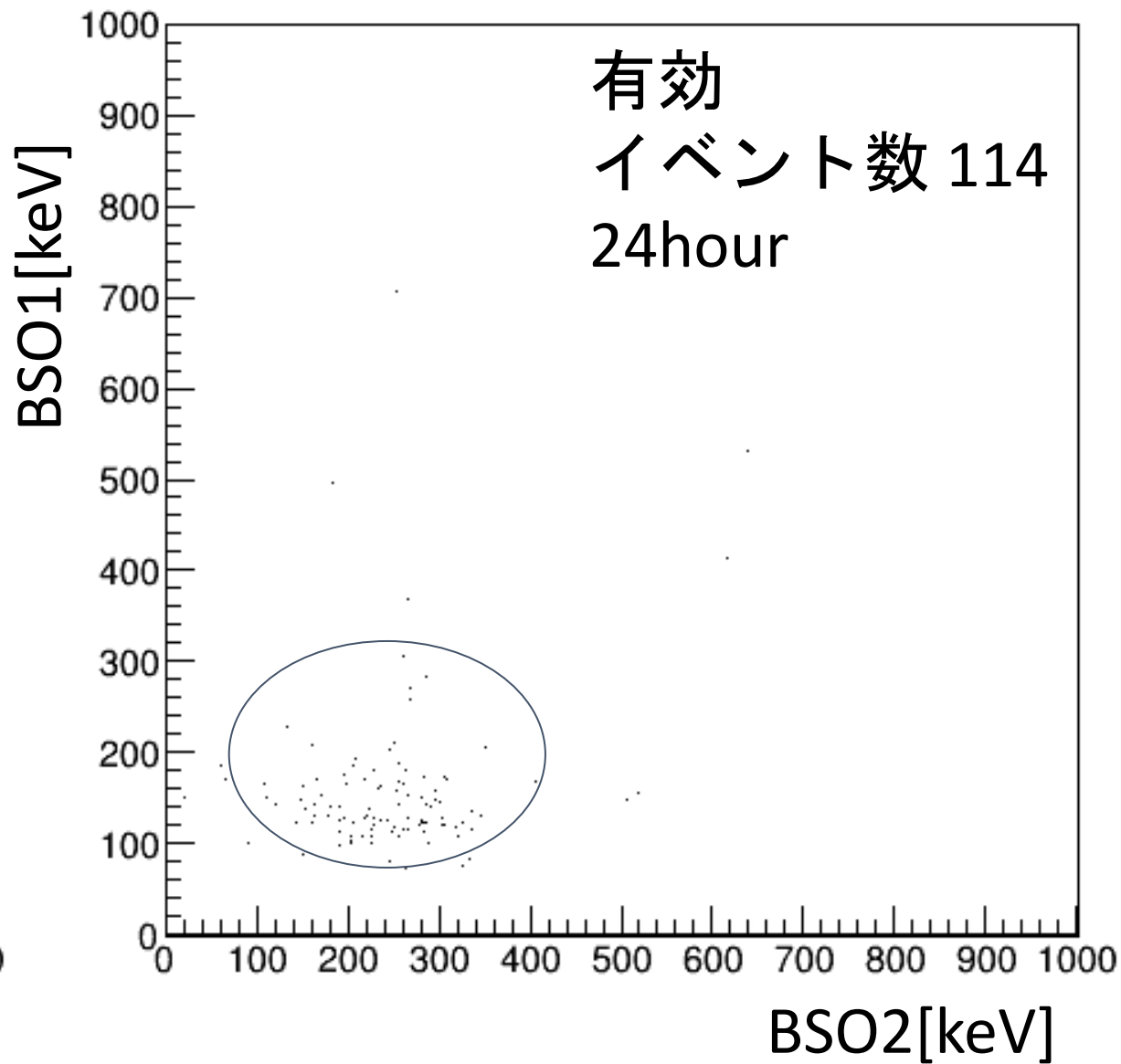
BSO2



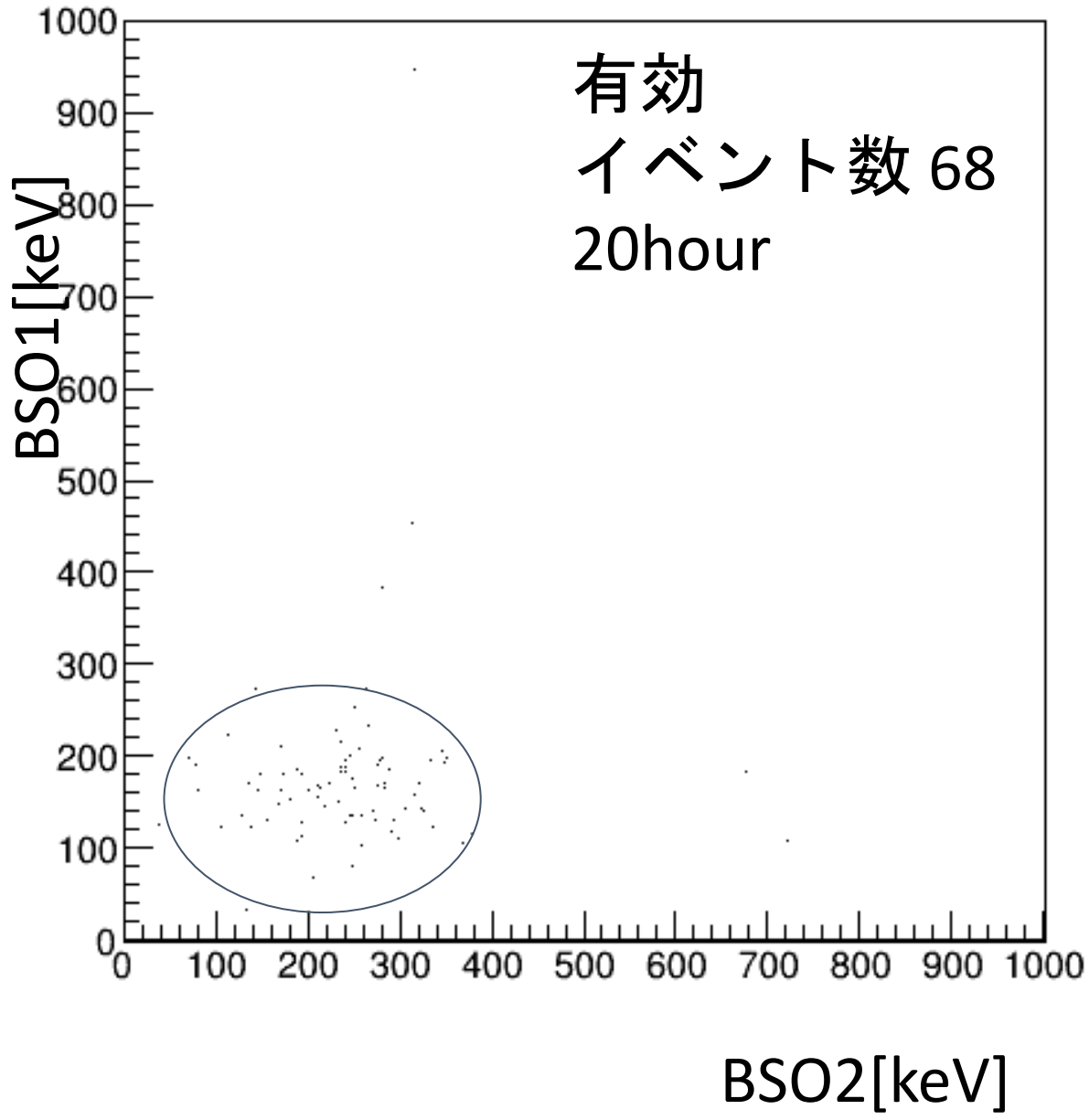
結果-30°



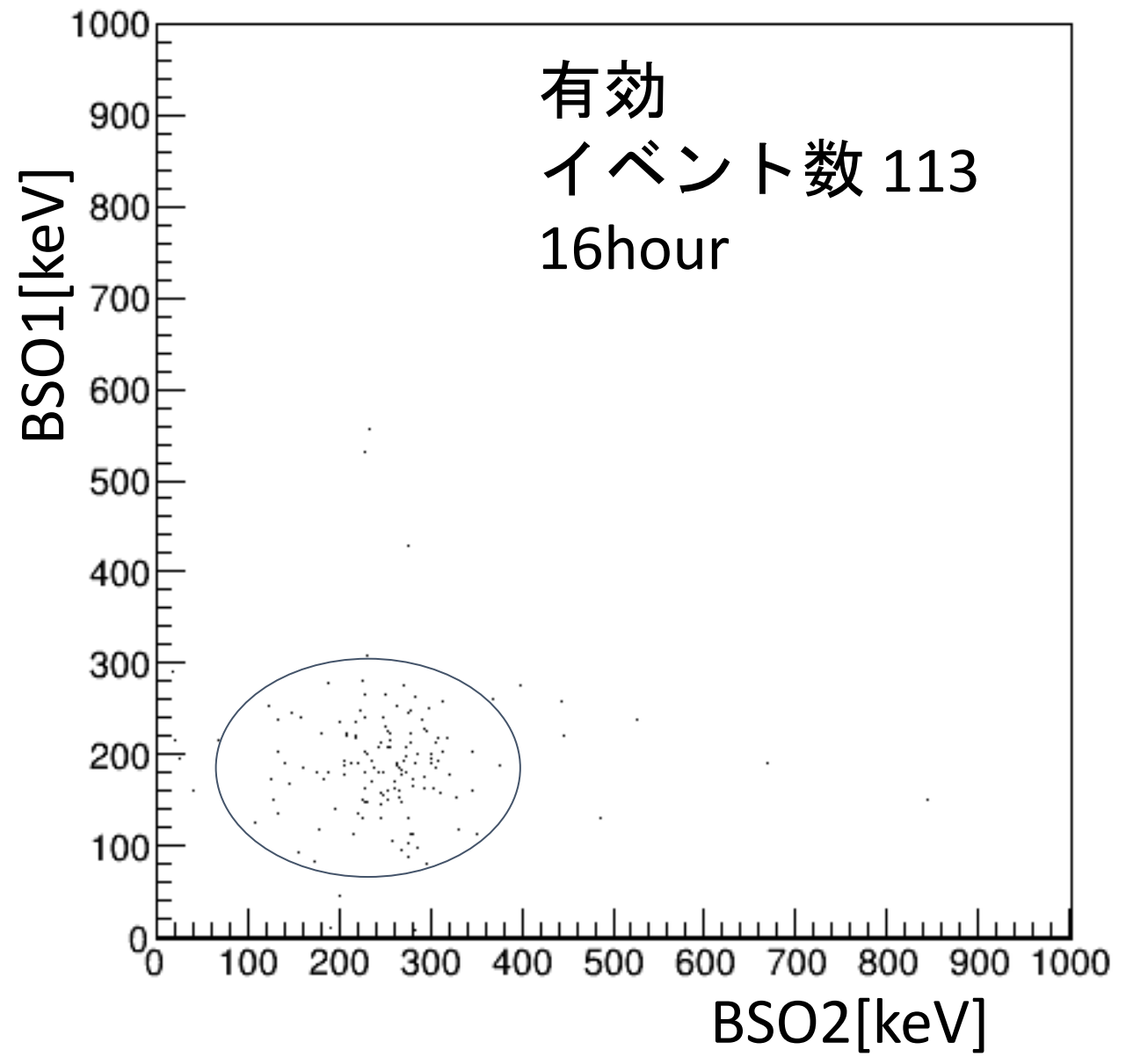
結果30°



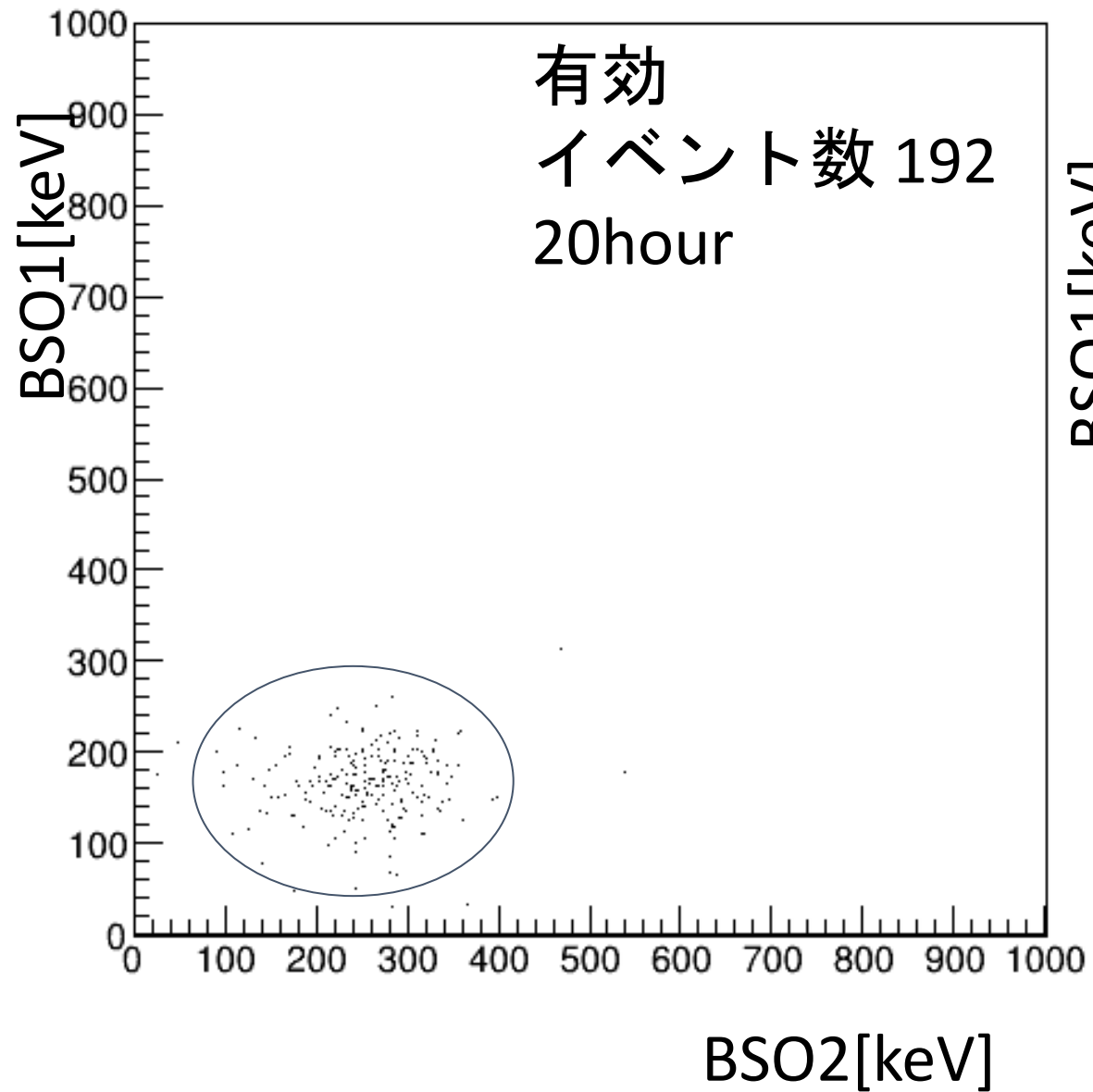
結果0°



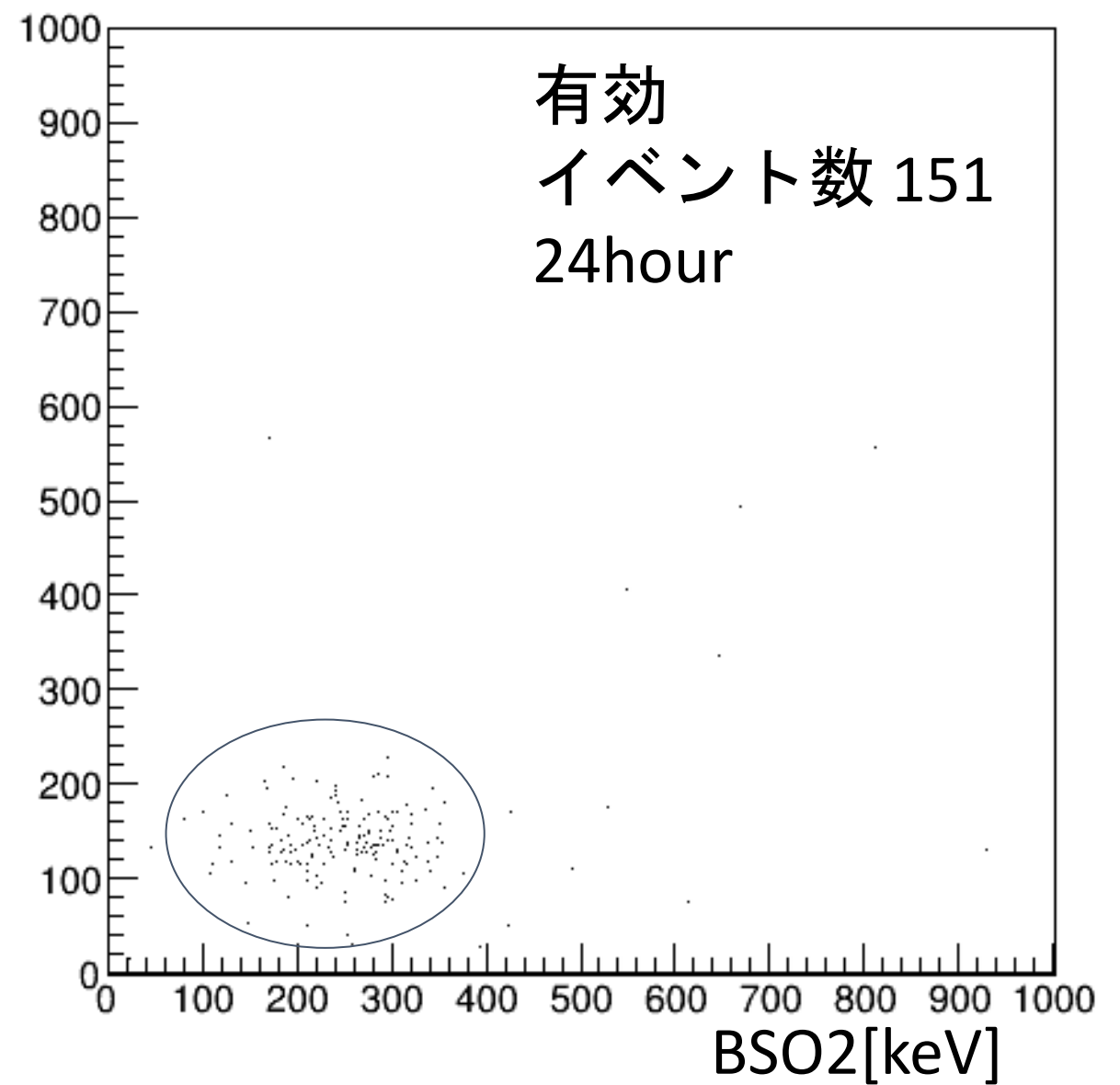
結果60°



結果90°

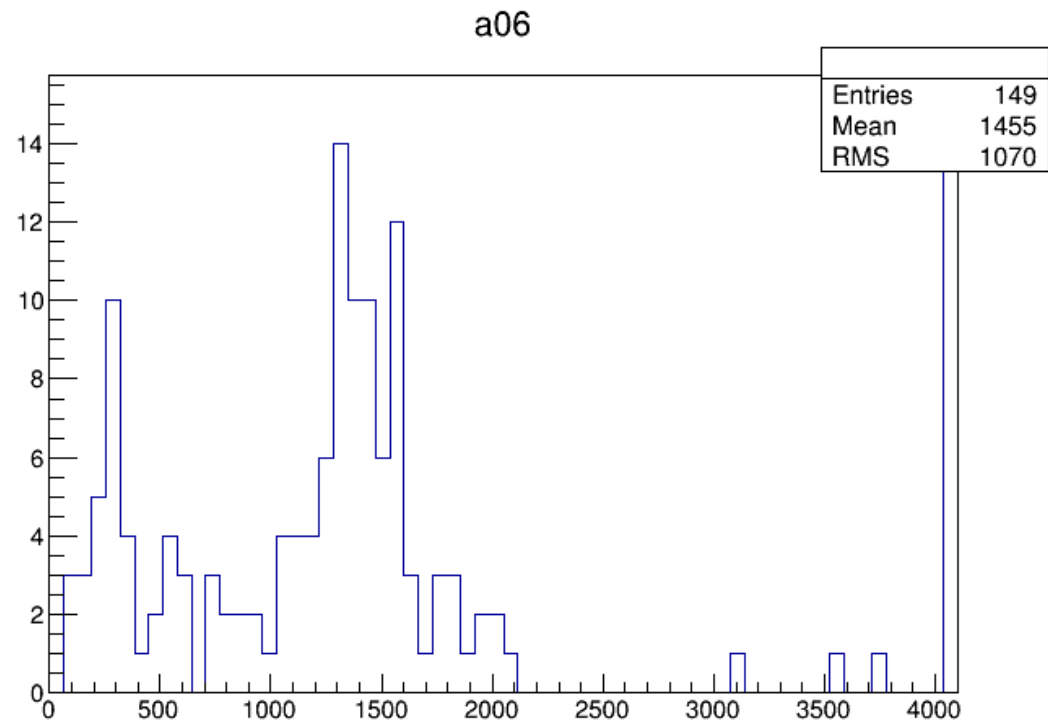


結果120°



-30°

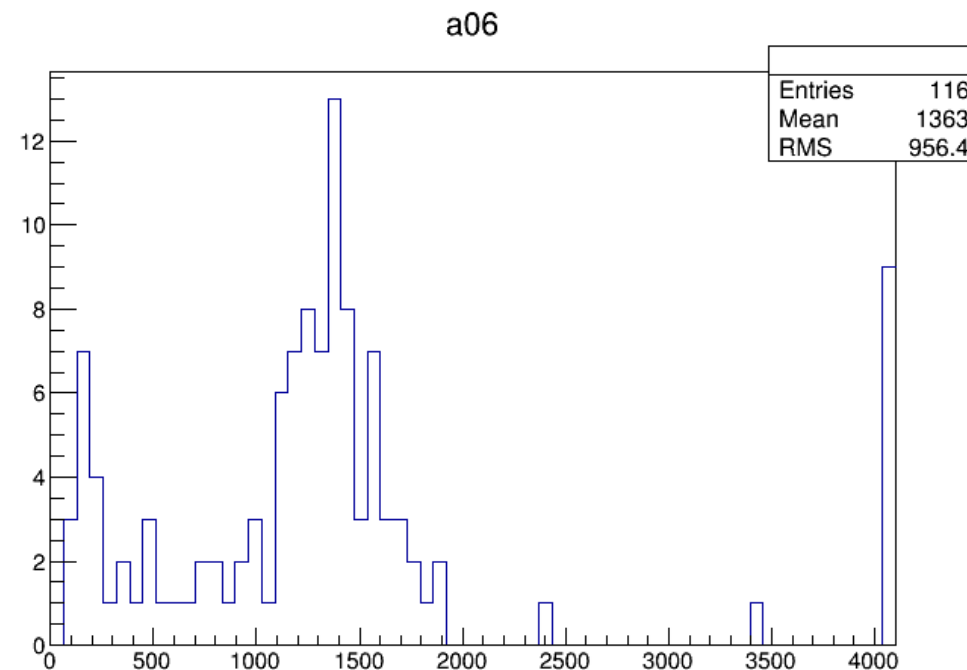
有効
イベント数 192
20hour



BSO1[keV]

30°

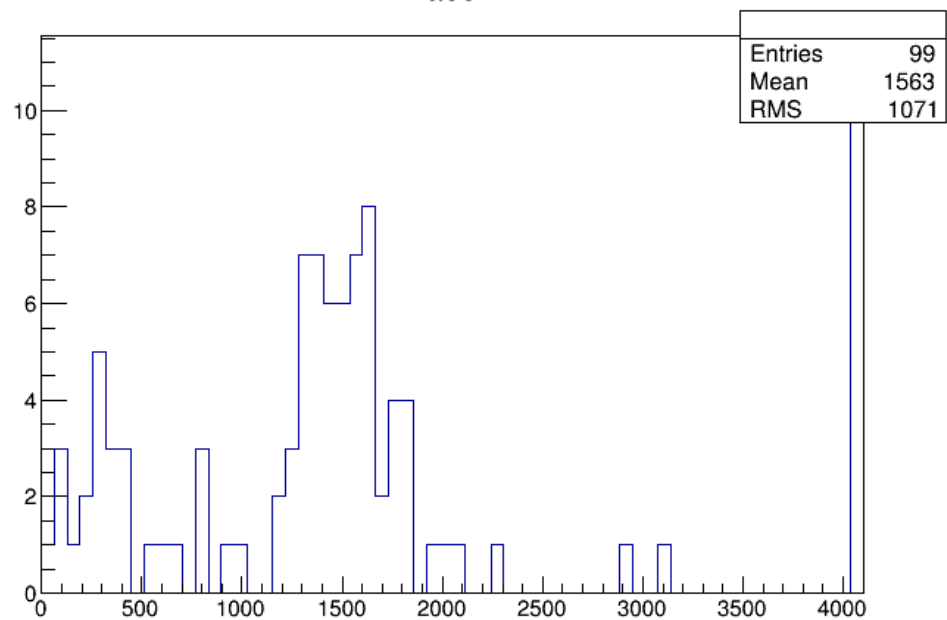
有効
イベント数 151
24hour



0°

有効
イベント数 192
20hour

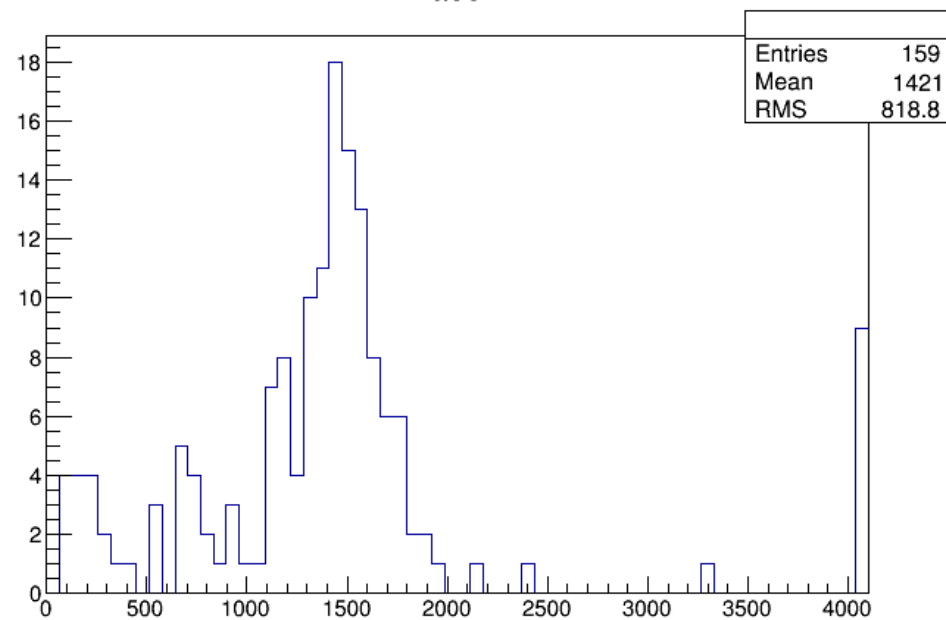
a06



60°

有効
イベント数 151
24hour

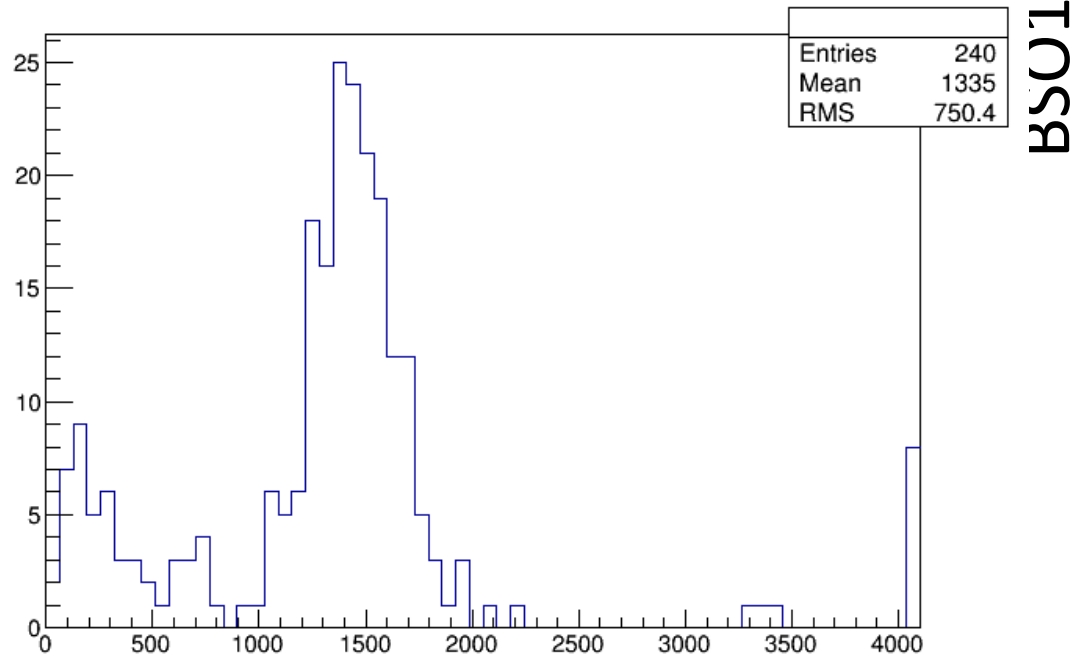
a06



BSO1[keV]

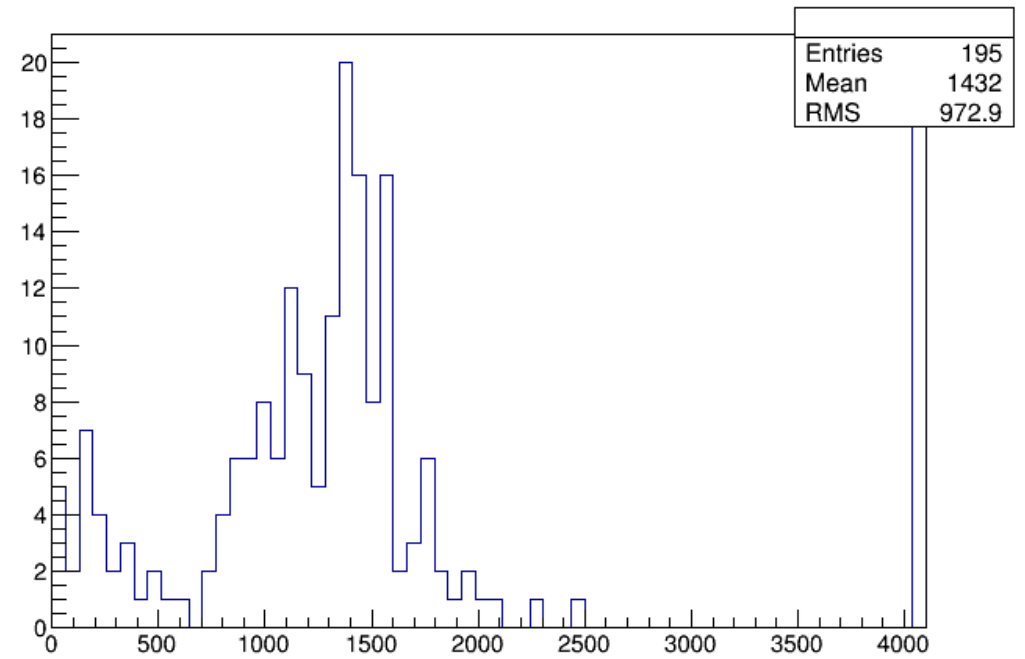
90°

有効
イベント数 192
20hour
a06



120°

有効
イベント数 151
24hour
a06



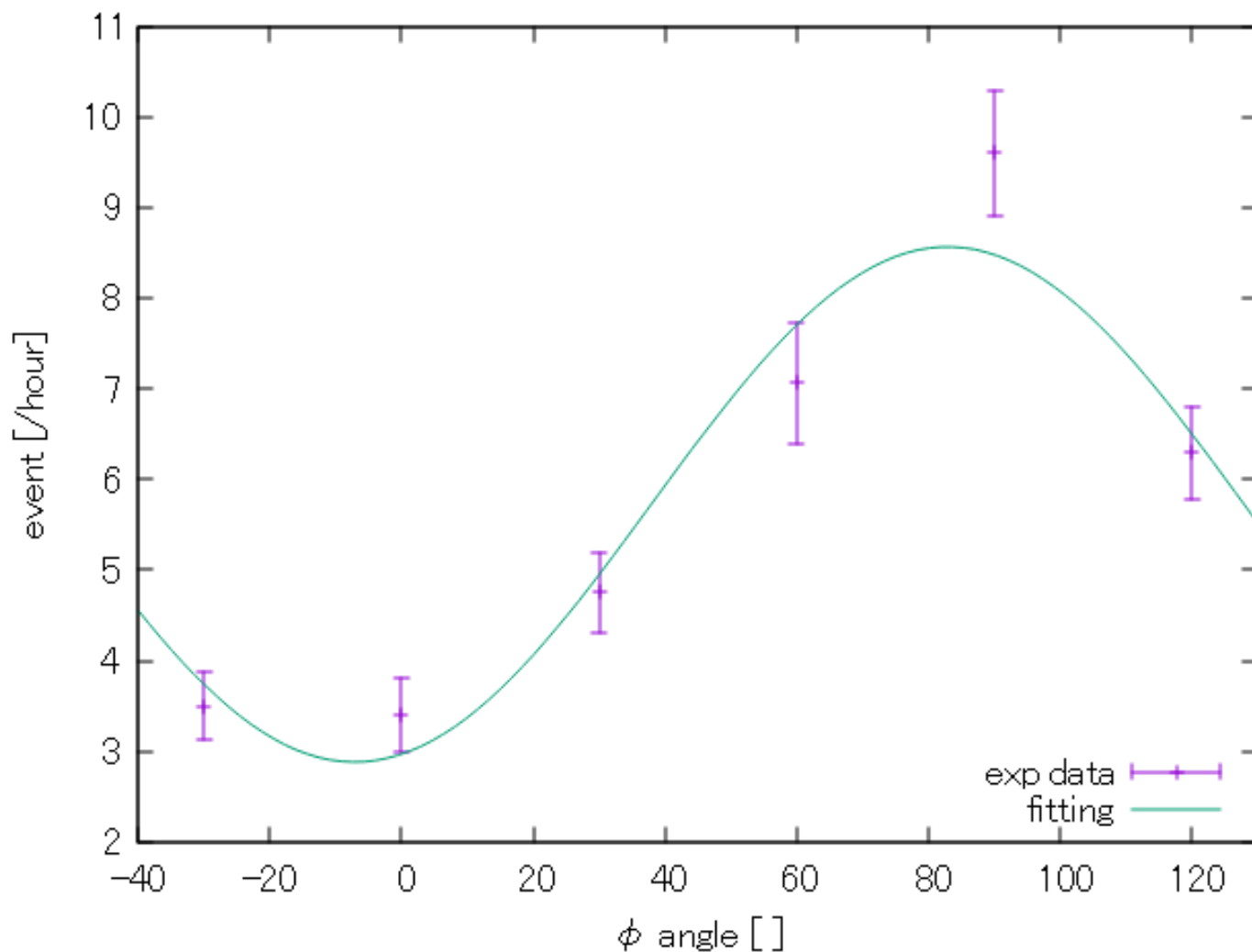
角度ごとの有効イベント

ϕ	event数	有効イベント数	1時間あたりのイベント数
-30°	116 (24h)	84	3.5
0°	99 (20h)	68	3.4
30°	188 (24h)	114	4.75
60°	159 (16h)	113	7.06
90°	240 (20h)	192	9.6
120°	195 (20h)	151	6.29

考察

測定結果のフィッティング

$f(x) = a(1 - b\cos 2(x - c))$ の関数形でフィッティング



Fitting parameter

$$a = 5.72 \pm 0.288$$

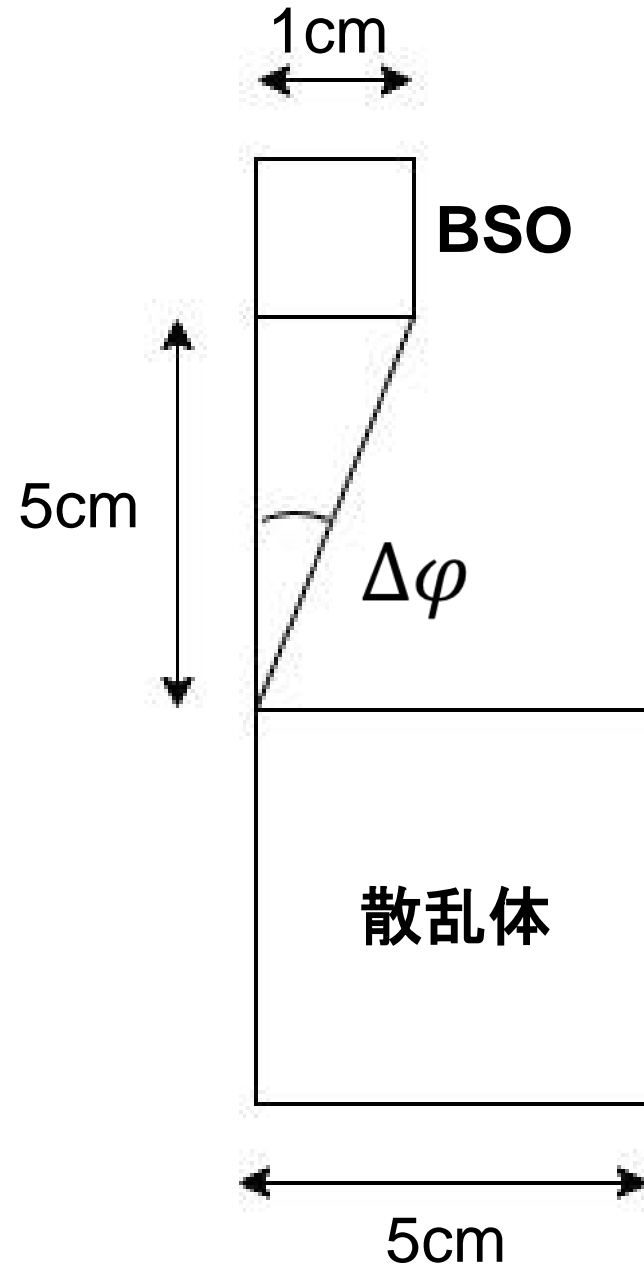
$$b = 0.497 \pm 0.0663$$

$$c = -0.12 \pm 0.065$$

$$\Rightarrow \kappa = 1.12 \pm 0.149(13.3\%)$$

$$\kappa = b(\gamma - 1)^2 = \frac{9}{4}b$$

シンチレータの大きさによる角度誤差（ Φ 方向）



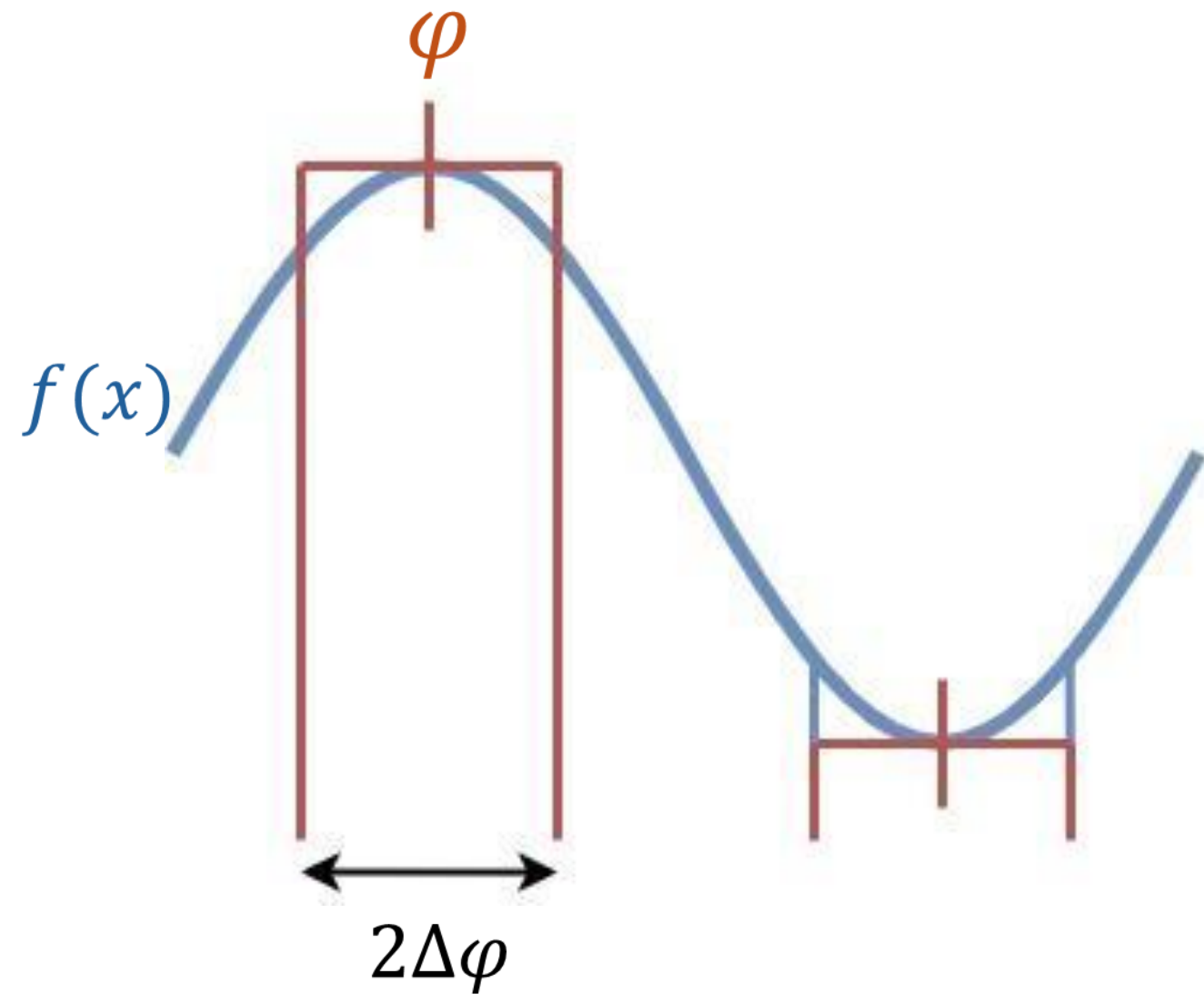
BSO: 1cm

距離: 5cm

なので

$$\Delta\phi = \text{atan}\left(\frac{1}{5}\right) \sim 11.3 [^\circ]$$

event数への影響の見積もり (Φ 方向)



本来観測されるはずの分布 $f(x)$,
測定した角度を φ , 誤差範囲を $\Delta\varphi$ として

$$N = \frac{f(\varphi) \times 2\Delta\varphi}{\int_{\varphi-\Delta\varphi}^{\varphi+\Delta\varphi} f(x) dx} \times N_{exp}$$

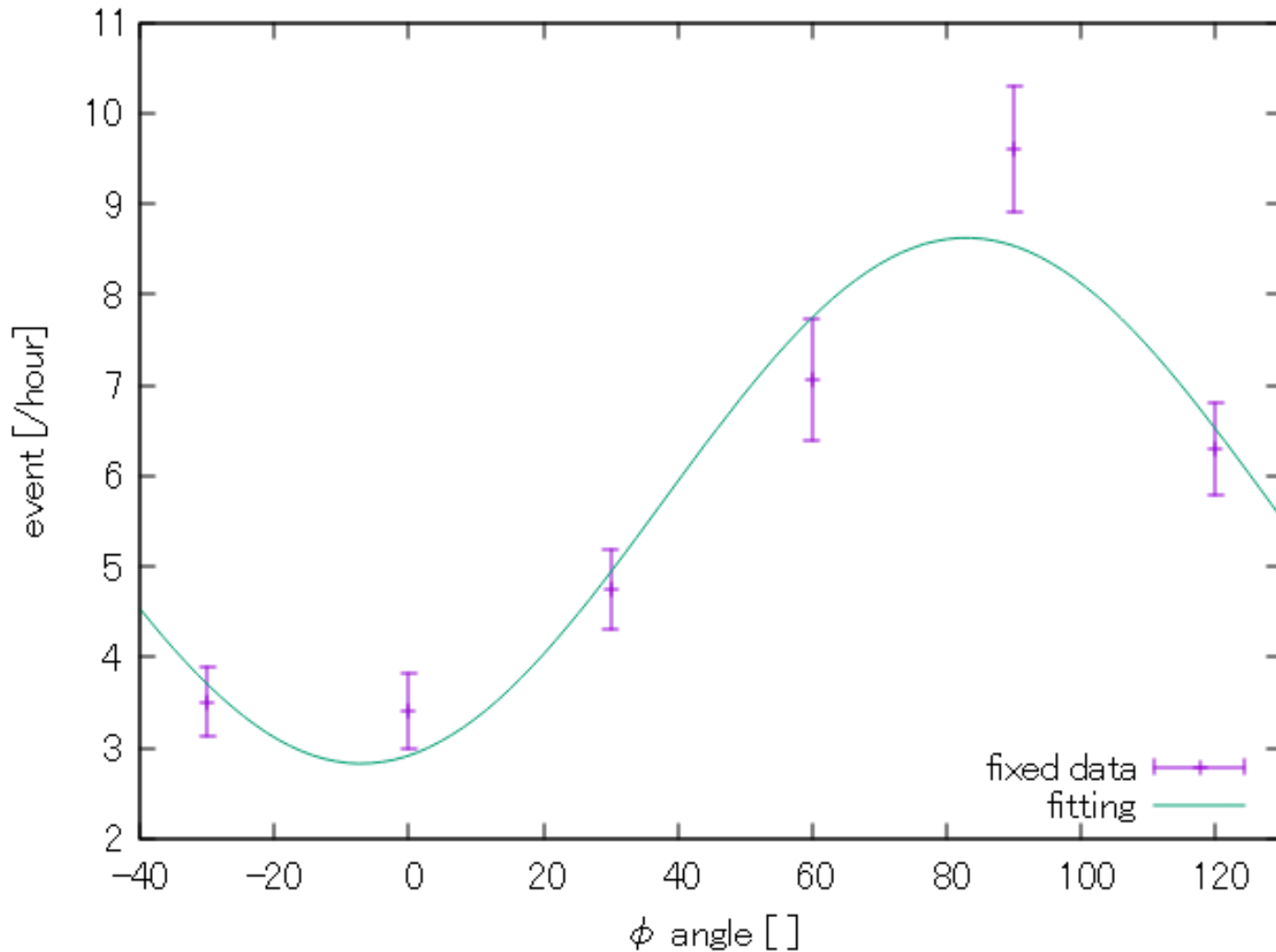
例として、この操作で

3.40 \rightarrow 3.34 ($\varphi = 0^\circ$)

9.60 \rightarrow 9.67 ($\varphi = 90^\circ$) event/hour

角度の広がりを考慮したfitting (Φ 方向)

$f(x) = a(1 - b\cos 2(x - c))$ の関数形でフィッティング



補正前

$$a = 5.72 \pm 0.288$$

$$b = 0.497 \pm 0.0663$$

$$c = -0.12 \pm 0.065$$

$$\Rightarrow \kappa = 1.12 \pm 0.149 (13.3\%)$$



Fitting parameter(補正後)

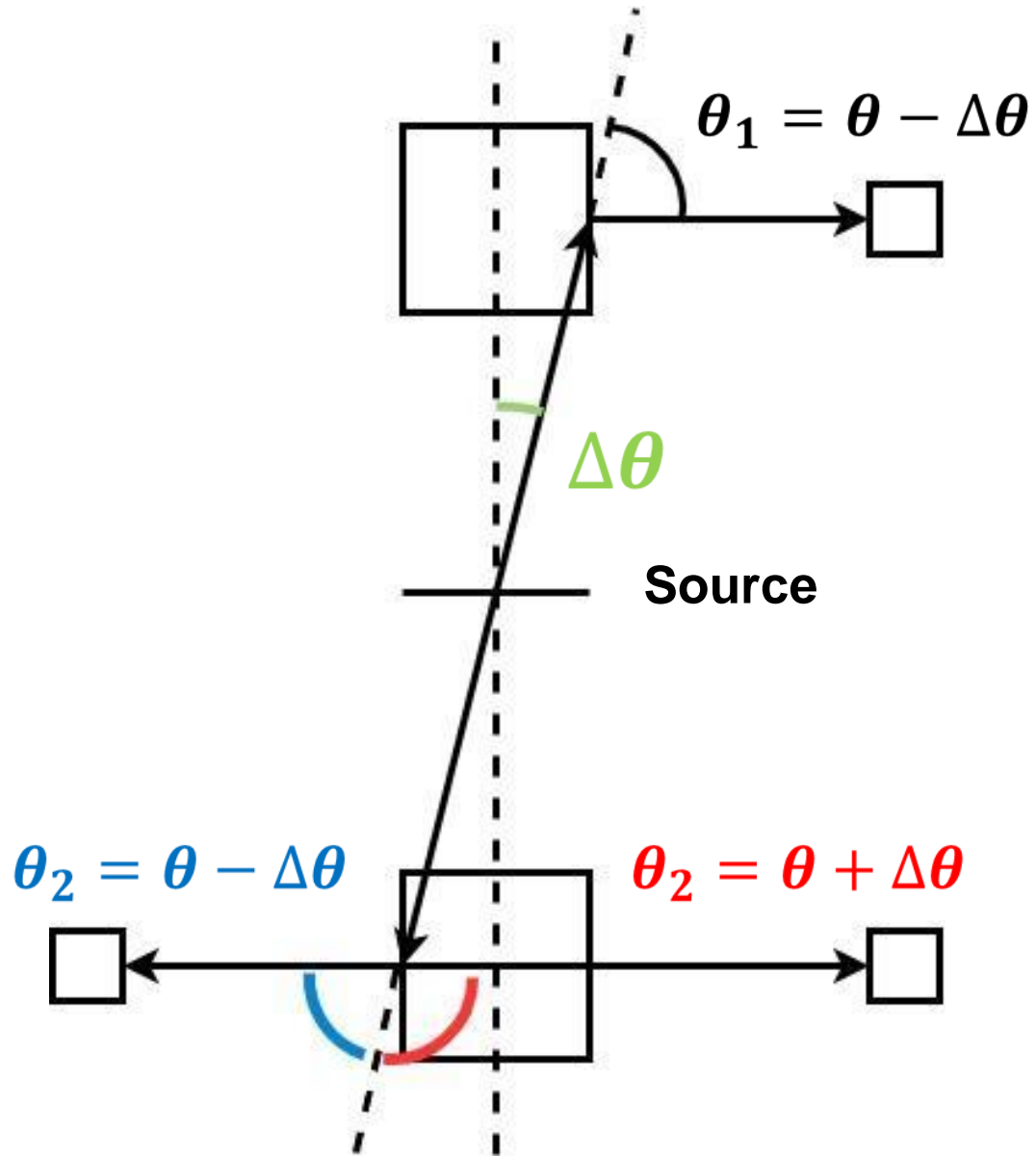
$$a = 5.72 \pm 0.250$$

$$b = 0.506 \pm 0.0571$$

$$\Rightarrow \kappa = 1.14 \pm 0.128 (11.3\%)$$

$$\kappa = b(\gamma - 1)^2 = \frac{9}{4}b$$

シンチレータの大きさによる角度誤差 (θ 方向)



シンチレータの大きさにより
散乱角(θ)方向の広がりがある

① $\varphi = 0^\circ$ のとき

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta - \Delta\theta$$

② $\varphi = 180^\circ$ のとき

$$\theta_1 = \theta - \Delta\theta$$

$$\theta_2 = \theta + \Delta\theta$$

シンチレータの大きさによる角度誤差 (θ 方向)

同時計測確率 $P(\varphi, \theta_1, \theta_2)$ は

$$P(\varphi, \theta_1, \theta_2) = (\gamma_1 - \sin^2 \theta_1)(\gamma_2 - \sin^2 \theta_2) - \kappa \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \cos 2\varphi$$

で表される

$\varphi = 0^\circ, \varphi = 180^\circ$ それぞれの場合について、以下を計算する

$$P_{error} = \int_{\frac{\pi}{2} - \Delta\theta}^{\frac{\pi}{2} + \Delta\theta} P(\varphi, \theta) d\theta, \quad \Delta\theta = \text{atan}\left(\frac{2.5}{15}\right) \sim 9.5^\circ$$

$\varphi = 0^\circ$ のとき

$$P_{error} \sim 0.754 - \kappa \cdot 0.324 \cos 2\varphi$$

$\varphi = 180^\circ$ のとき

$$P_{error} \sim 0.751 - \kappa \cdot 0.324 \cos 2\varphi$$

$$P(\varphi) \propto A - B \cos 2\varphi$$
$$K = \frac{9}{4} \cdot \frac{B}{A}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{0.324}{0.754} \cdot \kappa \sim 0.430 \cdot \kappa,$$

$$\frac{B}{A} = \frac{0.324}{0.751} \cdot \kappa \sim 0.431 \cdot \kappa$$

$\frac{B}{A} = \frac{4}{9} \cdot \kappa$ と比較して、 $\kappa \sim 1.034 \cdot \kappa_{exp}$ ($\varphi = 0^\circ$), $\kappa \sim 1.030 \cdot \kappa_{exp}$ ($\varphi = 180^\circ$) となる
つまり θ の誤差を考慮すると κ の値は約1.03倍される

角度誤差の影響まとめ

φ 方向の広がり

$$\kappa = 1.12 \pm 0.149(13.3\%) \rightarrow 1.14 \pm 0.128(11.3\%)$$

θ 方向の広がり

$$\kappa \sim 1.03 \cdot \kappa_{exp}$$

よって

$$\kappa = 1.17 \pm 0.132(11.3\%)$$

必要な統計量の見積もり

乱数を用いて簡単なシミュレーションを行い、
「90°でのイベント数」と「得られるκの値」の関係を見ると

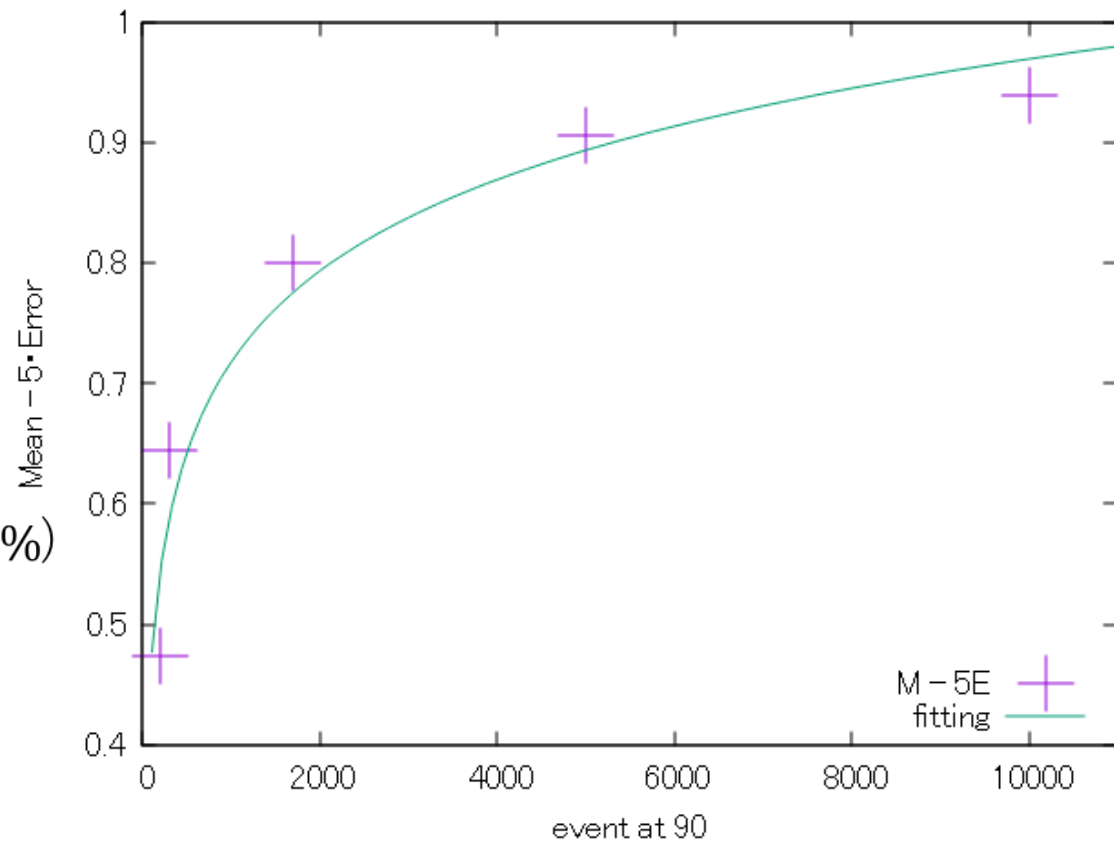
event at 90	Mean	Error[%]	Error
200	0.98	10.34	0.10
300	1.04	7.60	0.08
1700	1.00	3.93	0.04
5000	0.99	1.78	0.02
10000	0.99	1.04	0.01

$$\text{Mean} - 5 \times \text{Error} > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

を満たせば、 5σ でベルの不等式を破る

($\pm 5\sigma$ の区間に真の値がない確率は $\sim 5.7 \times 10^{-5} \%$)

このときの90°でのイベント数 > 900 なので
1点の測定に4日必要(実験では約200event/day)



結論

結論

- ・ θ 、 ϕ の補正、cos curve に位相方向の自由度を加えて、最終的な κ の値は

$$\kappa = 1.17 \pm 0.13$$

< 結論 >

- ・ 隠れた変数は 3σ で否定できたが、理想値の $\kappa = 1$ には 1σ で一致しなかった
- ・ 改善点 ->
 - ・ 各点あたり 4~5 日程度で統計を溜める
 - ・ PMT を増設して複数の角度を同時検出して効率化
 - ・ 回転テーブルを使用するなどして設置に由来する系統誤差を減らす
 - ・ pla のカット条件 (" < 4090 ch") を合理的なものにする

大西さん、木村さん、堀田さんにはたくさんアドバイスいただきました、ありがとうございました。

参考文献

[1]

Aspect et al., Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment, 1982

(<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.49.1804>)

[2]

2022年P1実験(https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/P1/P1-22/FY22_Bell_inequality_report.pdf),

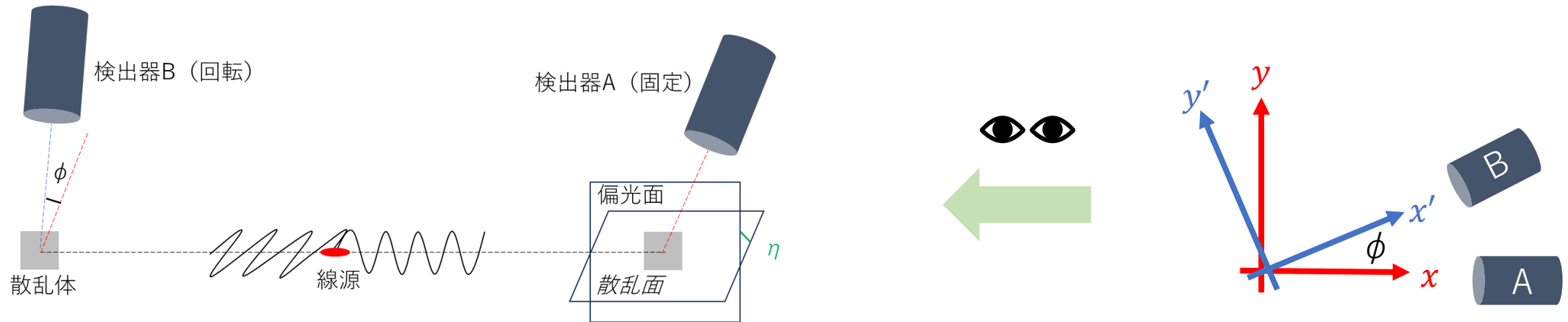
2018年P1実験(https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/gakubu/P1/P1-18/FY18_Bell_inequality_report.pdf),

2013年P2実験(<https://www-he.scphys.kyoto-u.ac.jp/member/nanjo/P2/epr.pdf>)

補足

実験原理の詳細な説明

$$P(\varphi) = p_{++}\sigma_+\sigma_+ + p_{+-}\sigma_+\sigma_- + p_{-+}\sigma_-\sigma_+ + p_{--}\sigma_-\sigma_- \propto (\gamma - 1)^2 - \kappa \cos 2\varphi$$



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (\gamma - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta)$$

x偏光 $\rightarrow \eta = 0$ 散乱する必要 $\rightarrow \sigma_+ \propto \gamma - 2$
 y偏光 $\rightarrow \eta = \frac{\pi}{2}$ 散乱する必要 $\rightarrow \sigma_- \propto \gamma$

$$P(\varphi) = p_{++}\sigma_+\sigma_+ + p_{+-}\sigma_+\sigma_- + p_{-+}\sigma_-\sigma_+ + p_{--}\sigma_-\sigma_-$$

$$\propto \frac{1-\kappa \cos 2\varphi}{4} (\gamma - 2)^2 + \frac{1+\kappa \cos 2\varphi}{4} (\gamma - 2)\gamma + \frac{1+\kappa \cos 2\varphi}{4} \gamma(\gamma - 2) + \frac{1-\kappa \cos 2\varphi}{4} \gamma^2 = (\gamma - 1)^2 - \kappa \cos 2\varphi$$